

*Le Défi de la Réussite et de l'Excellence***BACCALAUREAT BLANC-Session de Mai 2024**

<u>Epreuve de :</u> MATHEMATIQUES	<u>Classe :</u> T.S.EXP	<u>Coeff :</u> 3	<u>Année scolaire</u> 2023-2024	<u>Durée :</u> 3 heures	<u>Date :</u> 24/05/2024
---	-----------------------------------	----------------------------	---	-----------------------------------	------------------------------------

Exercice 1 : (5 points)

Soit $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

$$z \mapsto f(z) = z^3 - (2+i)z^2 + 2(1+i)z - 2i$$

1) Montre que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure. En déduis une factorisation de f .

2) a) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $f(z) = 0$.

b) Calcule le module et argument de chaque solution de l'équation

3) On désigne par z_1, z_2 et z_3 les racines de l'équation $f(z) = 0$; z_2 étant celle d'argument $\frac{\pi}{2}$

a) Montre que z_1, z_2 et $-\frac{1}{2}z_3$ sont les termes consécutifs d'une suite géométrique dont tu donneras la raison

b) Calcule la somme S_n des n premiers termes de cette suite.

4) On considère la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$, définie par $U_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2U_{n+1} = U_n + 1$

a) Montre que la suite de terme général $V_n = U_n - 1$ est une suite géométrique don tu préciseras le premier terme et la raison

b) Exprime U_n en fonction de n et calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

c) Calcule $\sum_{i=0}^n U_i$

Exercice 2..... (5 points)

Dans une ville, il existe deux lycées, l'un de garçons et l'autre de filles ; chaque lycée a une classe de SBT₁, une de SBT₂ et une de SBT₃. Une bourse d'étude est offerte par la ville à six élèves pris parmi les élèves de six classes de terminales. Pour cela on choisit les six meilleurs élèves de chaque classe, soit en tout, 36 élèves et les noms des six boursiers sont alors déterminés par tirage au sort parmi les 36 élèves.

Calculer les probabilités suivantes :

- Pour que les 6 boursiers soient les 6 élèves de la SBT₂ garçons. (1pt)
- Pour que les 6 boursiers soient des élèves de la SBT₂. (1pt)
- Pour que les 6 boursiers soient des filles. (1pt)
- Pour que les 6 boursiers soient 3 filles et 3 garçons. (1pt)
- Pour que parmi les 6 boursiers, il y ait moins de 3 garçons. (1pt)

Problème..... (10 points)

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) Montre que (C_f) admet deux asymptotes dont on déterminera les équations. (1pt)

2°) Précisez la position de (C_f) par rapport à son asymptote oblique. (0,5pt)

3°) Etudie les variations de f . (1,5pt)

- 4°) Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points. (2pts)
- 5°) Tracez la courbe (C_f) et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i}; \vec{j})$
- 6°) Montre que la restriction g de f à l'intervalle $I =]1; 2]$ est une bijection de I vers un intervalle J que l'on précisera. (1,5pts)
- 7°) a-/ Calcule $(g^{-1})' \left(\frac{5}{2} \right)$
- b-/ Dressez le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de f .