

Exercice 1(05pts)

1) Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$

a) Calcule $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$

b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$. Calcule $I_1 + I_2$ et en déduis la valeur de I_2 .

2) Soit la fonction h définie par $h(x) = \frac{x^2-1}{2x-1}$;

a) Trouve les réels a , b et c tels que $h(x) = ax + b + \frac{c}{2x-1}$

b) Calcule $\int_{-1}^0 h(x) dx$

Exercice 2(06pts)

I. Soit l'équation (E) : $(z \in \mathbb{C}) : iz^3 + (4-3i)z^2 - (8+3i)z + 5i = 0$.

1. Démontre que (E) admet une solution imaginaire pure, que l'on déterminera.

2. Résous l'équation (E).

II. Le plan complexe est muni d'un repère (o, i, j) .

Soient les points A, B, C d'affixes respectives i ; $1+2i$ et $2+i$.

1. Place les points A, B et C.

2. Soit la transformation T du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' défini par $Z' = e^{\frac{\pi}{3}}Z$

Détermine la nature et les éléments caractéristiques de la transformation T.

Trouve z_A' l'image de z_A et celle de z_C' l'image de z_C par cette transformation.

Problème(09pts)

A. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

1. Étudie les variations de la fonction g .

2. En déduis le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

B. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

(C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 2 cm sur (ox) et 1cm sur (oy))

1. Calcule les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$

2. Démontre que la droite $(\mathcal{D}) : y = x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

3. Étudie la position de (C) et (D)

4. Calcule $f'(x)$ et montre que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresse le tableau des variations de f .

5. Trace (C) et (D)

C. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$

1. Prouve que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. Calcules-en cm^2 l'aire $\mathcal{A}(D)$ de la partie D du plan limitée par (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

Bonne chance !!!