

EXAMEN : Baccalauréat Blanc**BAC 2026****Série : TSEXP****SESSION : Mai 2026****Epreuve de : Mathématiques****COEF : 3****Durée : 3 heures****Exercice1 : (4 points)**On considère le polynôme $P(z)$ suivant :

$$P(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12).$$

1. Démontre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution réelle z_1 que l'on précisera. 1 pt
2. Détermine un polynôme $Q(z)$ tel que : $P(z) = (z - z_1)Q(z)$. 0.5 pt
3. Démontre que l'équation $Q(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_2 . 0.75 pt
4. Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. On note z_3 la 3^{ème} solution de l'équation. 1 pt
5. Démontre que les point A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3 , sont alignés. 0.75 pt

Exercice2 : (6 points)

I. Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t (exprimé en heures), peut être considéré comme une fonction g à valeurs réelles de la variable t . La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre des microbes est la dérivée g' de cette fonction. On a constaté que $g'(t) = kg(t)$ où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$.

1. Détermine l'unique solution de l'équation différentielle $g'(t) = kg(t)$ telle que $g(0) = N$. 1 pt
2. Sachant qu'au bout de 2 heures le nombre de microbes a quadruplé, calcule en fonction de N le nombre de microbes au bout de 3 heures. 1 pt
3. Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 9 600 microbes au bout de 5 heures. 1 pt

II. On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$.

1. Détermine l'ensemble de définition de g . 0.5 pt
2. Montre que g est prolongeable par continuité en 0. 1 pt
3. Soit h la fonction qui prolonge g . Exprime $h(x)$ en fonction de x . 0.5 pt
4. h est-elle dérivable en 0 ? Si oui précise $h'(0)$. 1 pt

Problème (10 points)**Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire**Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x + 3)e^x - 1$.

1. Détermine la limite de g en $-\infty$ et en $+\infty$. 1 pt
2. Calcule la fonction dérivée g' de g puis dresse le tableau de variation de g . 1 pt
3. Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α et que $\alpha \in]-0,80; -0,79[$. 1 pt
4. En déduis le signe de g sur $\mathbb{R}$. 0.5 pt

Partie B : Etude de la fonction principale et tracé de sa courbe

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 2)e^x - x$. On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \vec{u}; \vec{v})$. (Unité graphique : 4 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées).

1.
 - a. Détermine la limite de f en $-\infty$. 0.5 pt

- b. Montre que la droite (D) d'équation $y = -x$ est asymptote à la courbe (Cf) en $-\infty$. 0.75 pt
- c. Etudie la position relative de (Cf) par rapport à (D) . 0.75 pt
2. En remarquant que $f(x) = e^x \left(x + 2 - \frac{x}{e^x} \right)$, détermine la limite de f en $+\infty$. 0.5 pt
3. Montre que, pour tout réel x , on a $f'(x) = g(x)$. 0.5 pt
4. Dresse le tableau de variation de f . 0.75 pt
5. Détermine une équation de la tangente (T) à (Cf) en son point d'abscisse 0. 0.5 pt
6. Trace (Cf) la tangente (T) et la droite (D) . (On prendra $\alpha = -0,79$). 1.5 pt

Partie C : Calcul d'une aire

1. Montre que la fonction H définie par $H(x) = (x+1)e^x - \frac{1}{2}x^2$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. 0.25 pt
2. Calcule, en cm^2 , l'aire A de la partie du plan comprise entre (Cf) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -2$ et $x = 0$. 0.5 pt

Corrigé et vérification du sujet

Baccalauréat blanc — Mathématiques — TSExp — Mai 2026

Exercice 1 — Nombres complexes (4 points)

1. **Solution réelle.** Pour $z = x \in \mathbb{R}$,

$$P(x) = (x^3 - 22x - 36) + i(9x^2 + 12x - 12).$$

La partie imaginaire s'annule pour $x = -2$ ou $x = 2/3$. Or $P(-2) = 0$, tandis que la partie réelle en $2/3$ vaut $-1360/27 \neq 0$. Ainsi $\boxed{z_1 = -2}$.

2. **Factorisation.** La division par $z + 2$ donne

$$\boxed{Q(z) = z^2 + (9i - 2)z - 18 - 6i}, \quad P(z) = (z + 2)Q(z).$$

3. **Solution imaginaire pure.** En posant $z = iy$, $y \in \mathbb{R}$,

$$Q(iy) = (-y^2 - 9y - 18) + i(-2y - 6).$$

La partie imaginaire impose $y = -3$, qui annule aussi la partie réelle. Donc $\boxed{z_2 = -3i}$.

4. **Toutes les solutions.**

$$Q(z) = (z + 3i)(z - 2 + 6i), \quad \boxed{S = \{-2, -3i, 2 - 6i\}}.$$

5. **Alignement.** Les points sont $A(-2; 0)$, $B(0; -3)$ et $C(2; -6)$. On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} = (2; -3)$: ils sont alignés et B est le milieu de $[AC]$.

Exercice 2 — Croissance et prolongement (6 points)

I. **Culture de microbes.** L'équation $g' = kg$ avec $g(0) = N$ a pour unique solution

$$\boxed{g(t) = Ne^{kt}}.$$

Comme $g(2) = 4N$ et $N > 0$, $e^{2k} = 4$, donc $k = \ln 2$ et

$$\boxed{g(t) = N2^t}, \quad \boxed{g(3) = 8N}.$$

Enfin $g(5) = 32N = 9600$ donne $\boxed{N = 300}$ et, par conséquent, $g(3) = 2400$ microbes.

II. **Fonction** $g(x) = \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x}$. Son domaine est $\boxed{D_g = [-1; 0[\cup]0; 1]}$. Pour $x \neq 0$, la rationalisation donne

$$g(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0.$$

Le prolongement continu est donc $\boxed{h(x) = \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}} \quad (x \in [-1; 1])}$, avec $h(0) = 0$.

$$h'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{h(x) - h(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \sqrt{1 - x^2}} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$

Problème — Partie A (3,5 points)

On étudie $g(x) = (x+3)e^x - 1$ sur $\mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, \quad g'(x) = (x+4)e^x.$$

Puisque $e^x > 0$, g' est négative pour $x < -4$, nulle en -4 et positive pour $x > -4$.

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	-1	$\searrow -1 - e^{-4}$	$\nearrow +\infty$

Sur $] -\infty; -4]$, g reste strictement négative. Sur $[-4; +\infty[$, elle est continue, strictement croissante et va d'une valeur négative vers $+\infty$: elle admet donc une unique racine α .

$$g(-0,80) \simeq -0,011476 < 0, \quad g(-0,79) \simeq 0,002997 > 0.$$

Ainsi $-0,80 < \alpha < -0,79$ et $\alpha \simeq -0,7920599684$.

$$g(x) < 0 \ (x < \alpha), \quad g(\alpha) = 0, \quad g(x) > 0 \ (x > \alpha).$$

Partie B — Etude de $f(x) = (x+2)e^x - x$ (5,75 points)

1. Comportement en $-\infty$ et asymptote.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty, \quad f(x) - (-x) = (x+2)e^x \rightarrow 0.$$

Donc $D : y = -x$ est une asymptote en $-\infty$. Puisque $e^x > 0$, (Cf) est au-dessous de D pour $x < -2$, la coupe en $(-2; 2)$ et est au-dessus pour $x > -2$.

2. Comportement en $+\infty$. Dans $f(x) = e^x \left(x+2 - \frac{x}{e^x} \right)$, on a $x/e^x \rightarrow 0$: les deux facteurs tendent vers $+\infty$. Ainsi

$$f(x) \rightarrow +\infty.$$

3-4. Dérivée et variations.

$$f'(x) = (x+3)e^x - 1 = g(x).$$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow f(\alpha)$	$\nearrow +\infty$

Comme $e^\alpha = 1/(\alpha+3)$,

$$f(\alpha) = \frac{\alpha+2}{\alpha+3} - \alpha \simeq 1,3391491168.$$

5. Tangente en 0. $f(0) = 2$ et $f'(0) = 2$, donc $T : y = 2x + 2$.

6. Tracé. La courbe, l'asymptote et la tangente figurent en page 4, aux unités graphiques demandées. Le minimum est proche de $(-0,79; 1,34)$.

Partie C — Calcul d'une aire (0,75 point)

1. Primitive. Pour $H(x) = (x+1)e^x - \frac{1}{2}x^2$,

$$H'(x) = e^x + (x+1)e^x - x = (x+2)e^x - x = f(x).$$

La fonction H est donc bien une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. Aire. Le minimum de f est strictement positif. On peut le justifier sans se limiter à une approximation : $\alpha \in]-0,80; -0,79[$ implique $\alpha + 2 > 0$, $\alpha + 3 > 0$ et $-\alpha > 0$, donc

$$f(\alpha) = \frac{\alpha+2}{\alpha+3} - \alpha > 0.$$

Par conséquent, l'aire en unités d'aire vaut

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = H(0) - H(-2) = 1 - (-e^{-2} - 2) = 3 + e^{-2}.$$

L'unité horizontale vaut 4 cm et l'unité verticale 2 cm : une unité d'aire vaut donc 8 cm².

$$A = 8(3 + e^{-2}) = 24 + 8e^{-2} \simeq 25,083 \text{ cm}^2.$$

Bilan des incohérences éventuelles

Aucune contradiction mathématique détectée dans les énoncés lisibles. Les conclusions demandées sont exactes : racines et alignement, prolongement dérivable, unicité et encadrement de α , asymptote et primitive.

Le barème est cohérent.

Exercice 1	4 points
Exercice 2 : partie I + partie II	3 + 3 = 6 points
Problème : parties A + B + C	3,5 + 5,75 + 0,75 = 10 points
Total	20 points

Petites corrections rédactionnelles recommandées :

- Exercice 1, question 5 : remplacer « les point » par « les points ».
- Exercice 2, partie II, question 4 : écrire « en 0 » plutôt que « en O » ; préciser que h est le prolongement continu sur $[-1; 1]$.
- Problème, partie A, question 4 : remplacer « En déduis » par « Déduis-en » ou « En déduire ».
- Harmoniser la notation (Cf) en (C_f) et les séparateurs décimaux des barèmes (virgules en français).
- Dans le modèle biologique, préciser $N > 0$ et $t \geq 0$ rend les hypothèses explicites. Elles sont déjà suggérées par la situation décrite.

Remarque pédagogique : la question d'aire demande de tenir compte des deux unités graphiques différentes. Le facteur 8 est indispensable ; ce n'est pas une incohérence du sujet.

Vérification réalisée à partir des deux photographies fournies. Le sujet transcrit est conservé séparément ; les remarques ci-dessus ne modifient pas son texte.

Tracé de (C_f) , de D et de T

Unités : 4 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées. Imprimer à 100%, sans ajustement, pour conserver cette échelle.

