

BACCALAURÉAT BLANC, SESSION DE MAI 2026

ÉPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

SÉRIE : T.S.EXP

DURÉE : 3 HEURES

COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : [4 points]

Un diplomate voyage avec trois valises numériques A, B et C.

La valise A s'ouvre avec un chiffre qui est la racine réelle du polynôme complexe f définie par :

$$f(z) = z^3 - 2z^2 - (4 + 4i)z - 16 + 16i.$$

La valise B s'ouvre avec un seul chiffre qui est la partie imaginaire pure de l'équation $f(z) = 0$

Et la valise C s'ouvre avec le numéro formé par la somme des modules des nombres complexes qui forment une solution du système :
$$\begin{cases} U \times V = 24 + 7i \\ U + V = 7 + i \end{cases}$$

Après un long voyage et très fatigué, le diplomate a oublié des codes de ses valises. Il te sollicite en tant qu'élève de T.S.EXP de l'aider à pouvoir ouvrir ses valises.

A l'aide de tes connaissances mathématiques, aide-le à retrouver les codes de ses valises.

Exercice 2 : [6 points]

A / On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = e^{1-2n}$

1. a. Montre que (U_n) est une suite géométrique en précisant le premier terme et la raison.

b. Justifie que la suite (V_n) , définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \ln(U_n)$, existe et est arithmétique.

2. On suppose que $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ et $P_n = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$

a. Exprime S_n et P_n en fonction de n .

b. Détermine le comportement à l'infini de S_n et celui de P_n .

B / Soit (E) l'équation différentielle : $y'' + 4y = 0$.

1. Résous cette équation différentielle.

2. Détermine la solution f de l'équation (E) vérifiant : $f(\frac{\pi}{6}) = 0$ et $f(\frac{\pi}{3}) = -1$.

3. Trouve deux réels C et φ tels que : $f(x) = C \cos(2x + \varphi)$.

Problème : [10 points]

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique 2cm).

On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto f(x) = (x + 1)e^{-x} - x$ et (C) sa courbe représentative dans un repère.

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto g(x) = x + e^x$

1. Etude les variations de g .
2. Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et justifie que :
 $-0,57 \leq \alpha \leq -0,57$
3. Déduis -en le signe de $g(x)$.

Partie B :

1. Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. a. Compare les fonctions $x \mapsto f'(x)$ et $x \mapsto -\frac{g(x)}{e^x}$
b. Déduis -en, des études précédentes, le sens de variation de la fonction f .
3. a. En utilisant $g(\alpha) = 0$, compare $f(\alpha)$ et $-(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha})$.
b. Montre que la droite d'équation $(\Delta) : y = -x$ est asymptote à la courbe (C) .
Etudie la position relative de (C) par rapport à (Δ) .
c. On désigne par A le point où (T) est parallèle à (Δ) .
Détermine l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A.
4. a. Construis (C) , (Δ) et (T) .
b. Calcule la fonction dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F : x \mapsto f(x) = (x + 2)e^{-x}$
c. Calcule l'aire A du domaine plan compris entre (C) , les axes de coordonnées et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.