

Situation 1 : (Probabilité-Statistiques)(8 points)(Evaluation des ressources)

- A-** Une entreprise possède 50 ordinateurs. La probabilité qu'un ordinateur tombe en panne est de 0,01. On suppose que le fonctionnement d'un ordinateur est indépendant des autres.
- Calcule la probabilité qu'aucun ordinateur ne tombe en panne.
 - Calcule la probabilité que cinq(5) ordinateurs tombent en panne.
 - Calcule la probabilité de l'événement E : *au moins un ordinateur est en panne* .
 - On note X la variable aléatoire donnant le nombre d'ordinateurs en panne parmi cinquante(50) disponibles.
 - Donne la signification de $p(X = 3)$.
 - Calcule $p(X = 3)$.
 - Calcule $p(X \leq 3)$. Interprète le résultat obtenu.
 - Calcule $E(X)$, $Var(X)$ et $\delta(X)$ c'est-à-dire l'espérance, la variance et l'écart-type de X .
- B-** Les documents paléontologiques confirmant l'idée d'évolution sont nombreux. Parmi les mieux connus figurent les ossements fossiles des ancêtres du cheval actuel. Les longueurs du crâne et de la face pour une série d'animaux représentatifs de la lignée des ancêtres du cheval sont consignées dans le tableau ci-dessous :

Nom	Longueur du crâne (x_i) en cm	Longueur de la face (y_i) en cm
Eohippus	7,5	10,7
Meshippus	11	12,8
Merychippus	14,5	18,5
Plionhippus	15,5	22,5
Cheval	21,5	31,2

- Représente le nuage de points associé à cette série $(x_i; y_i)$ dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unités graphiques : 1cm pour 2 en abscisses et en ordonnées.
- Un ajustement affine du nuage de points paraît-il possible ?
 - Détermine les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 correspondant respectivement aux trois premiers points et aux deux derniers points.
 - Donne l'équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont des paramètres à déterminer.
 - Construis cette droite dans le repère orthonormal.
- Estimer la longueur de la face d'un descendant du cheval qui aurait dans des millions d'années, une longueur de crâne de 23,2 cm.

N.B : Les parties A et B sont indépendantes.

Situation complexe : (Nombres complexes) (Evaluation des compétences) (4 points)

Contexte : Réhabilitation d'une maternité

Les autorités municipales du village de **MANDIAKUY** envisagent de réhabiliter une maternité au profit des femmes.

Consulté pour réaliser le plan d'aménagement, l'urbaniste **Yirabo** a prévu :

- la réhabilitation de 6 blocs pouvant abriter les femmes et leurs bébés. Chaque bloc a une dimension $L = 2|z_A|$ de longueur et $l = 5|z_C|$ de largeur exprimée en mètres, et comprend chacun un nombre de chambre $N = |z_B|$ avec z_A , z_B et z_C solutions de l'équation $(E): z^3 - \left(\frac{1+8\sqrt{3}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z^2 + (2\sqrt{3} + 16 - 6i)z - 8 + 8i\sqrt{3} = 0$ tels que $z_A = \overline{z_B}$ et $\text{Im}(z_A) > 0$
- la construction d'un hangar qui sert le lieu de vaccination des enfants ayant la forme de l'ensemble (H) des points M d'affixe z vérifiant : $|(1+i\sqrt{3})z - 2| = 6$

Tâches: Le travail à faire consiste à aider la sage-femme pour trouver des réponses à ses préoccupations.

- 1) Prouve que le nombre complexe $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ est une solution de l'équation (E) .
- 2) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) .
- 3) Détermine la longueur et la largeur des blocs puis le nombre chambre par bloc.
- 4) Détermine l'ensemble (H) .
- 5) Déduis-en la forme du hangar.

Problème : (Etude de fonctions) (8 points) (Evaluation des ressources)

On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x + \ln|1-x|}{1-x}$. On note (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unités graphiques 2 cm.

Partie A :

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition D de la fonction f .
b) Ecris $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
c) Calcule les limites de f aux bornes de D puis déduis-en les asymptotes à (Γ) .
- 2) a) Calcule la fonction dérivée f' de la fonction f puis étudie son signe sur D .
b) Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.
- 3) Prouve que le point $J(1; -1)$ est un centre de symétrie pour (Γ) .
- 4) Trace la courbe (Γ) ainsi que ses asymptotes.

Partie B :

Soient les fonctions u et v définies sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par : $u(x) = \frac{-1}{1-x}$ et $v(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$

- 5) Détermine une primitive de chacune des fonctions u et v sur $]1; +\infty[$.
- 6) Vérifie que pour tout réel $x > 1$, $-1 - f(x) = u(x) + v(x)$.

Calcule, en cm^2 , la valeur exacte de l'aire S du domaine plan compris entre (Γ) et les droites d'équations respectives $y = -1$; $x = 2$ et $x = 3$.