



LES ECOLES MAARIF DE TÜRKİYE AU MALI

L'ANNEE SCOLAIRE 2025-2026

BAC BLANC – SESSION DE FEVRIER

SERIE : TSExp

EPREUVE DE : MATHEMATIQUES

COEFFICIENT : 3

DUREE : 3H



Exercice 1 : 5pts

Ecris sous forme exponentielle les complexes suivants : $A = -2ie^{i\frac{\pi}{3}}$; $B = \frac{(1+i)^9 e^{i\frac{\pi}{3}}}{(1+i\sqrt{3})^2}$ et

$$C = -2 \left(\sin \frac{\pi}{3} - i \cos \frac{\pi}{3} \right).$$

Exercice 2 : 5pts

Soit $P(z) = z^3 + (-8 + i)z^2 + (17 - 8i)z + 17i$.

1. Calcule $P(i)$; $P(2)$; $P(-i)$.
2. Factorise $P(z)$ puis résous l'équation $P(z) = 0$.
3. On pose $z_A = 4 + i$; $z_B = 4 - i$ et $z_C = -i$.

Détermine l'écriture complexe de la similitude directe f qui transforme A en B et de centre C .

Problème : 10pts

$$\text{Soit } f(x) = \frac{|x^2 - x - 12|}{x - 1}.$$

1. Détermine le domaine de définition de f .
2. Ecris f sans le symbole de « $| |$ ».
3. Détermine $f'(x)$ et dresse le tableau de variation de f .
4. Détermine les équations des asymptotes et précise la position de (C_f) par rapport aux asymptotes obliques.
5. Etudie la dérivabilité de f en $x_0 = 4$ et en $x_0 = -3$ puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
6. Trace (C_f) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Proposition de solution

Exercice 1 : 5pts

Ecrivons sous forme exponentielle les complexes suivants :

$$A = -2ie^{i\frac{\pi}{3}} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}} \times e^{i\frac{\pi}{3}} = 2e^{i(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{2})} = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$B = \frac{(1+i)^9 e^{i\frac{\pi}{3}}}{(1+i\sqrt{3})^2} = \frac{(\sqrt{2})^9 \times e^{i\frac{9\pi}{4}} \times e^{i\frac{\pi}{3}}}{(2)^2 \times e^{i\frac{2\pi}{3}}} = 4\sqrt{2}e^{i\frac{23\pi}{12}}$$

$$C = -2\left(\sin\frac{\pi}{3} - i\cos\frac{\pi}{3}\right) = 2e^{i\pi}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)\right) = 2e^{i\pi} \times e^{-i\frac{\pi}{6}} = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

Exercice 2 : 5pts

Soit $P(z) = z^3 + (-8 + i)z^2 + (17 - 8i)z + 17i$.

1. Calculons :

$$P(i) = i^3 + (-8 + i)i^2 + (17 - 8i)i + 17i = 16 + 2i$$

$$P(2) = 2^3 + (-8 + i)2^2 + (17 - 8i)2 + 17i = 10 + 5i$$

$$P(-i) = (-i)^3 + (-8 + i)(-i)^2 + (17 - 8i)(-i) + 17i = 0$$

2. Factorisons $P(z)$ puis résolvons l'équation $P(z) = 0$.

	1	$-8 + i$	$17 - 8i$	$17i$
$-i$	↓	$-i$	$8i$	$-17i$
	1	-8	17	0

$$P(z) = (z + i)(z^2 - 8z + 17)$$

$$P(z) = 0$$

$$(z + i)(z^2 - 8z + 17) = 0$$

$$z + i = 0 \text{ ou } z^2 - 8z + 17 = 0$$

$$z = -i \quad \Delta = (-8)^2 - 4(1)(17) = -4; \quad z_1 = \frac{8-2i}{2} = 4 - i \text{ et } z_2 = \frac{8+2i}{2} = 4 + i$$

$$S = \{-i; 4 - i; 4 + i\}$$

3. On pose $z_A = 4 + i$; $z_B = 4 - i$ et $z_C = -i$.

Déterminons l'écriture complexe de la similitude directe f qui transforme A en B et de centre C .

$$\begin{cases} f(A) = B \\ f(C) = C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_B = az_A + b \\ z_C = az_C + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 - i = (4 + i)a + b \\ -i = -ia + b \end{cases} \Rightarrow a = \frac{4-2i}{5} \text{ et } b = \frac{2-i}{5}.$$

$$f: z' = \left(\frac{4-2i}{5}\right)z + \frac{2-i}{5}$$

Problème : 10pts

$$\text{Soit } f(x) = \frac{|x^2 - x - 12|}{x-1}.$$

1. Déterminons le domaine de définition de $f : Df = \mathbb{R} - \{1\}$.

2. Ecrivons f sans le symbole de « | | ».

Posons $x^2 - x - 12 = 0$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-12) = 49; x_1 = \frac{1-7}{2} = -3; x_2 = \frac{1+7}{2} = 4$$

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$
$x^2 - x - 12$	+	0	-	0	+
$ x^2 - x - 12 $	$x^2 - x - 12$	$-x^2 + x + 12$		$-x^2 + x + 12$	$x^2 - x - 12$
$f(x)$	$\frac{x^2-x-12}{x-1}$	$\frac{-x^2+x+12}{x-1}$		$\frac{-x^2+x+12}{x-1}$	$\frac{x^2-x-12}{x-1}$

3. Déterminons $f'(x)$ et dressons le tableau de variation de f .

Pour $x \in]-\infty; -3] \cup [4; +\infty[, f(x) = \frac{x^2-x-12}{x-1}$.

$$f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)-1(x^2-x-12)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+13}{(x-1)^2}$$

Posons $x^2 - 2x + 13 = 0$

$$\Delta = 4 - 52 = -48$$

Pour $x \in [-3; 1[\cup]1; 4], f(x) = \frac{-x^2+x+12}{x-1}$.

$$f'(x) = \frac{(-2x+1)(x-1)-1(-x^2+x+12)}{(x-1)^2} = \frac{-x^2+2x-13}{(x-1)^2}$$

Posons $-x^2 + 2x - 13 = 0$

$$\Delta = 4 - 52 = -48$$

x	$-\infty$	-3	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	+		-		+
f	$-\infty$	0		$+\infty$	0

4. Déterminons les équations des asymptotes et précisons la position de (C_f) par rapport aux asymptotes obliques.

$x = 1$ AV

$$f(x) = \frac{x^2-x-12}{x-1} = x - \frac{12}{x-1}$$

$y = x$ AO

Position

$$f(x) - y = -\frac{12}{x-1}$$

Posons $x - 1 = 0$

$$x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
-12	$-$		$-$
$x - 1$	$-$	0	$+$
$f(x) - y$	$+$		$-$
Position	Cf/Δ		Δ/Cf

5. Etudions la dérivabilité de f en $x_0 = 4$ et interprétons graphiquement les résultats obtenus.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - x - 12}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x-4)(x+3)}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x+3}{x-1} = \frac{7}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-x^2 + x + 12}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-(x-4)(x+3)}{(x-1)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{-x-3}{x-1} = -\frac{7}{3}$$

f n'est pas dérivable en 4 donc f n'admet pas de tangente en 4 mais f est dérivable à gauche et à droite de 4 et donc admet une demi-tangente à gauche et une demi-tangente à droite de 4

dont les équations sont : $(T_g): y = -\frac{7}{3}(x - 4)$ et $(T_d): y = \frac{7}{3}(x - 4)$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 - x - 12}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{(x-4)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x-4}{x-1} = \frac{7}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{-x^2 + x + 12}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{(-x+4)(x+3)}{(x-1)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{-x+4}{x-1} = -\frac{7}{4}$$

f n'est pas dérivable en -3 donc f n'admet pas de tangente en -3 mais f est dérivable à gauche et à droite de -3 et donc admet une demi-tangente à gauche et une demi-tangente à

droite de -3 dont les équations sont : $(T_g): y = \frac{7}{4}(x + 3)$ et $(T_d): y = -\frac{7}{4}(x + 3)$

6. Traçons (C_f) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

