

EXAMEN DE BACCALAURÉAT BLANC

Session de Mai 2026

Épreuve : Mathématiques

Série : TSEp

Durée : 3 heures

Coefficient : 3

SITUATION

(4 POINTS)

À l'instant $t = 0$, on administre **15 ml** d'un médicament à un patient. On estime qu'à chaque heure, la quantité de médicament dans le corps du patient diminue de **18%** de la quantité de l'heure précédente.

D'après la loi d'absorption de médicament par le corps humain en pharmacocinétique, la quantité de médicament $Q(t)$ en ml, restante dans le sang au bout de t (en heures), est solution de l'équation différentielle (E) : $y' + ky = 0$ où k est la constante d'absorption propre au patient.

Consigne :

1. À l'aide d'un raisonnement scientifique, montre que $Q(t) = 15(0,82)^t$ (2pt)
2. En utilisant les termes de l'énoncé, interprète et calcule $Q(5)$ (1pt)
3. Détermine le temps au bout duquel la quantité initiale de médicament diminue au quart. (1pt)

EXERCICE

(6 POINTS)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, e_1, e_2) . Soit l'équation : $f(z) = z^3 - (a + 6i)z^2 + (5ia - 13)z + 4 + 8i$

1. Détermine la valeur du réel a sachant que $z = i$ est solution de l'équation $f(z) = 0$. (1pt)
2. Résous dans $\{C\}$, l'équation (F) : $z^2 - (1 + 5i)z - 8 + 4i = 0$. (1pt)
3. On admet que $a = 1$. Factorise $f(z)$. (1pt)
4. Dédus les solutions de $f(z) = 0$ des questions précédentes. (0,5pt)
5. Soient les points A , B et C d'affixes respectives i ; $2 + 2i$ et $-1 + 3i$:
 1. a- Place les points A , B et C dans le plan. (1pt)
 2. b- Détermine l'écriture complexe de la rotation de centre A qui transforme le point C en B . (1pt)
 3. c- Dédus-en la nature du triangle ABC . (0,5pt)

PROBLÈME

(10 POINTS)

PARTIE A — Étude d'une fonction auxiliaire

(3 points)

On considère la fonction g définie sur $\{R\}$ par : $g(x) = (1 - x)e^{1-x} - 1$.

Calcule les limites de g aux bornes de $\{R\}$. (0,75pt)

2. Étudie le sens de variation de g et dresse le tableau de variation. (1pt)
3. a. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une et une seule solution notée α . (0,5pt)
b. Justifie que $0,4 < \alpha < 0,5$. (0,25pt)
4. Détermine le signe de $g(x)$ sur $\{R\}$. (0,5pt)

PARTIE B — Étude de la fonction principale

(7 points)

On considère la fonction f définie sur $\{\mathbf{R}\}$ par : $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$

On note (Cf) sa courbe représentative dans un repère (O, u, v) .

1. Calcule les limites de f aux bornes de $\{\mathbf{R}\}$. (0,75pt)
2. Vérifie que pour tout réel x , $f'(x) = g(x)$. (0,75pt)
3. Étudie le sens de variation de f sur $\mathbf{R}$ et dresse le tableau de variation. (0,75pt)
4. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une est β . Démontre que $-\beta + 2$ est l'autre solution. (0,5pt)
5. a. Montre que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à (Cf) en $+\infty$. (0,5pt)
b. Étudie la position relative de (Cf) par rapport à (Δ) . (0,5pt)
c. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) / x]$ puis interprète le résultat obtenu. (0,5pt)
6. Montre que $f(\alpha) = 1 - \alpha + [1 / (1 - \alpha)]$. (0,5pt)
7. Déduis-en un encadrement de $f(\alpha)$. (0,5pt)
8. Construis (Cf) et (Δ) . On prendra $\alpha = 0,45$ et $\beta = 2,5$. (1pt)
9. Calcule l'aire A de la partie du plan bornée par la courbe (Cf) , la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$. (0,75pt)