

EXAMEN DE BACCALAURÉAT BLANC**SESSION DE MAI 2026****Épreuve : Mathématiques****Série : TSExp****Durée : 3 heures****Coefficient : 3****SITUATION**

(4 points)

A l'instant $t = 0$ on administre 15 ml d'un médicament à un patient. On estime qu'à chaque heure la quantité de médicament dans le corps du patient diminue de 18% de la quantité de l'heure précédente.

D'après la loi d'absorption de médicament par le corps humain en pharmacocinétique, la quantité de médicament $Q(t)$ en ml , restante dans le sang au bout de t (ici en heures) est solution de l'équation différentielle (E) : $y' + ky = 0$ où k est appelé la constante d'absorption propre au patient.

Consigne :

- 1- A l'aide d'un raisonnement scientifique, montre que $Q(t) = 15(0,82)^t$ (2pt)
- 2- En utilisant les termes de l'énoncé, interprète et calcule $Q(5)$ (1pt)
- 3- Détermine le temps au bout duquel la quantité initiale de médicament diminue au quart. (1pt)

EXERCICE

(6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

Soit l'équation $f(z) = z^3 - (a + 6i)z^2 + (5ia - 13)z + 4 + 8i$

- 1- Détermine la valeur du réel a sachant que $z = i$ est solution de l'équation $f(z) = 0$ (1pt)
- 2- Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (F) : $z^2 - (1 + 5i)z - 8 + 4i = 0$ (1pt)
- 3- On admet que $a = 1$
Factorise $f(z)$ (1pt)
- 4- Déduis les solutions de $f(z) = 0$ des questions précédentes (0.5pt)
- 5- Soient les points A, B et C d'affixes respectives i ; $2 + 2i$ et $-1 + 3i$
 - a- Place les points A, B et C dans le plan. (1pt)
 - b- Détermine l'écriture complexe de la rotation de centre A qui transforme le point C en B (1pt)
 - c- Déduis-en la nature du triangle ABC (0.5pt)

PROBLEME

(10 points)

PARTIE A

Etude d'une fonction auxiliaire

(3 points)

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$, par $g(x) = (1 - x)e^{1-x} - 1$

1. Calcule les limites de g aux bornes de $\mathbb{R}$ (0,75pt)
2. Etudie le sens de variation de g et dresse le tableau de variation. (1pt)
3. a. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une et une seule solution notée α . (0,5pt)
b. Justifie que $0,4 < \alpha < 0,5$ (0,25pt)
5. Détermine le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ (0,5pt)

PARTIE B

Etude de la fonction principale

(7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{1-x} - x + 2$

On note $(\mathcal{C}f)$ sa courbe représentative dans un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

1. Calcule les limites de f aux bornes de $\mathbb{R}$ (0,75pt)
2. Vérifie que pour tout réel x , $f'(x) = g(x)$ (0,75pt)
3. Etudie le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$ et dresse le tableau de variation (0,75pt)
4. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une est β
Démontre que $-\beta + 2$ est l'autre solution. (0,5pt)
5. a. Montre que la droite (Δ) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à $(\mathcal{C}f)$ en $+\infty$ (0,5pt)
b. Etudie la position relative de $(\mathcal{C}f)$ par rapport à (Δ) . (0,5pt)
c. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interprète le résultat obtenu. (0,5pt)
6. Montre que $f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{1-\alpha}$ (0,5pt)
7. Déduis-en un encadrement de $f(\alpha)$. (0,5pt)
8. Construis $(\mathcal{C}f)$ et (Δ) . On prendra $\alpha = 0,45$ et $\beta = 2,5$ (1pt)
9. Calcule l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan bornée par la courbe la courbe $(\mathcal{C}f)$ la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$ (0,75pt)