


Sujet 1 : Prépa BAC 2025-2026
Maths
TSExp

Exercice 1 : 4points

- 1) a) Factorise : $\alpha^2 - 2i\alpha - 1$.
 b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - \alpha(\alpha + i)z + i\alpha^3 = 0$.
- 2) On note r le module de α et θ un de ses arguments. Calcule le module et un argument de chacune des solutions de (E).
- 3) P désigne le plan complexe ; on note S_α l'application définie sur P par :
 $S_\alpha : P \rightarrow P, M(z) \mapsto M'(z')$ tel que : $z' = (i\alpha)z + \alpha^2$.
 Détermine α pour que S_α soit une rotation d'angle $\frac{5\pi}{6}$.

Exercice 2 : 5points

Une urne contient 6 jetons numérotés de 1 à 6. Lorsqu'on tire au hasard un jeton de l'urne, on note $p_i, i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ la probabilité de tirer le jeton numéroté i . On suppose que les nombres $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, sont dans cet ordre en progression arithmétique de raison $\frac{1}{30}$.

- 1) a) Montre que : $P_1 = \frac{1}{12}$
 b) Déduis-en P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 .
- 2) On tire trois fois de suite et avec remise un jeton de cette urne, on désigne par X la variable aléatoire égale au nombre de jetons portant un numéro pair.
 a) Déterminer la loi de la probabilité de X .
 b) Détermine l'espérance mathématique de X puis son écart-type.
- 3) Un joueur tire simultanément 2 jetons et note S la valeur absolue de la différence des numéros que portent les 2 jetons tirés.
 a) Détermine la loi de probabilité de S .
 b) On gagne à ce jeu lorsque $S \geq 4$. Détermine la probabilité de gagner.

Problème : 11point

s

On a constaté que chez une personne contaminée du virus V.I.H., le nombre de germes responsables de la destruction des leucocytes (globules blancs) augmentent rapidement à partir d'un instant t choisi comme origine de temps, selon la loi : $f'(t) - Kf(t) = 0$. (1), où $f(t)$ désigne le nombre de germes dans le sang à l'instant t exprimé en mois, $f'(t)$ désigne la vitesse de prolifération de ces germes dans l'organisme et K une constante positive appelée taux leucocytaire dans le sang ; $K = 1,20 \times 10^{-3}$.

Par contre chez la même personne contaminée, le nombre de leucocytes, responsables de la défense de l'organisme dans le sang, diminue à partir du même instant t , selon la loi :

$g'(t) + Kg(t) = 0$. (2), Où $g(t)$ désigne le nombre de leucocytes dans le sang à l'instant t exprimé en mois ; $g'(t)$ désigne la vitesse de leucopénie (diminution du nombre de globules blancs) dans l'organisme et K le taux leucocytaire dans le sang ; $K = 1,20 \times 10^{-3}$.

- 1) a) Détermine la solution f de l'équation différentielle (1) qui vérifie $f(0) = N$. ($N \in \mathbb{Z}$)
 b) Le sang humain contient en moyenne $2,6 \times 10^{10}$ leucocytes.

Détermine la solution g de l'équation différentielle (2) telle que $g(0) = 2,6 \times 10^{10}$.

2) Le nombre N dépend des individus au moment de la contamination.

Tambila est un jeune homme contaminé du virus V.I.H. le 1 janvier 2010. Chez lui, N est de $1,36 \times 10^{10}$.

a) Quel a été le nombre de germes responsables de la destruction des leucocytes dans le sang de Tambila au 01 janvier 2011 ? (12 mois après la contamination)

b) Combien de leucocytes sont-ils restés vivants dans son sang au 01 janvier 2011 ?

c) Combien de leucocytes ont-ils été détruits durant ces 12 mois ?

3) Une personne contaminée du V.I.H. SIDA développe en fait la maladie dès que le nombre de germes responsables de la destruction des leucocytes devient strictement supérieur au nombre de leucocytes défenseurs de l'organisme dans le sang. (c'est à dire si $f(t) > g(t)$).

Au bout de combien d'années Tambila développera-t-il la maladie s'il n'a pas été de nouveau contaminé ?

On donne : $e^{0,0144} \approx 1,015$; $e^{-0,0144} \approx 0,985$ et $\ln(1,912) \approx 0,648$.

