

**EXAMEN** : Baccalauréat Blanc1

**Série** : TEXP

**Année scolaire** : 2025-2026

**EPREUVE** : Mathématiques

**DUREE** : 3heures

**COEFF** : 3

**Exercice 1** : \_\_\_\_\_ (4pts)

Lors d'une composition des Olympiades Nationales de Mathématiques, les candidats ont été confrontés à une épreuve, de nature particulière, consistant à résoudre une énigme mathématique formulée comme suit : un banquier convie deux coffres forts A et B codés selon les informations suivantes : le code d'ouverture du coffre A est un nombre de quatre chiffres noté  $ab5c$  dans cet ordre, tel que  $c$  représente la racine réelle du polynôme complexe  $P$ , définie par  $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - 2z^2 - (4 + 4i)z - 16 + 16i$ ,  $b$  représente le triple du module de la racine imaginaire pure de  $P$  et  $a$  est le carré du module de la troisième racine de  $P$  ; le code d'ouverture du coffre B est le nombre  $I + J$  avec

$$I = \int_0^{\ln 45} e^{2x} \cos^2 x dx \text{ et } J = \int_0^{\ln 45} e^{2x} \sin^2 x dx ;$$

1) Détermine le code d'ouverture du coffre A.

2) Détermine le code d'ouverture du coffre B.

**Exercice 2** : \_\_\_\_\_ (5pts)

**I.** Soit  $(U_n)$  la suite définie par  $U_0 = \frac{4}{e}$  et  $U_{n+1} = 2\sqrt{U_n}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

On pose  $V_n = \ln\left(\frac{U_n}{4}\right)$  pour tout entier naturel  $n$ .

1) Montre que la suite  $(V_n)$  est géométrique dont on précisera la raison et le premier Terme.

2) Exprime  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ . Déduis-en la convergente de la suite  $U_n$ .

**II.** Un sac contient 3 boules noires, 4 boules blanches et une boule jaune. On tire au Hazard et sans remis 3 boules du sac. Les boules sont indiscernables au toucher.

1) Calcule la possibilité de chaque événement suivant :

A : « tirer une boule de couleur l'une des couleurs existants »

B : « tirer 3 boules de même couleur »

C : « tirer 2 couleurs uniquement »

D : « tirer une boule jaune »

2) Calcule la probabilité d'obtenir 2 couleurs uniquement sachant que la boule jaune

est tirée.

3) On répète l'expérience précédente 5 fois de suite avec retour des boules tirés chaque fois dans le sac.

Calcule probabilité de réaliser au moins l'événement A.

**Problème :** \_\_\_\_\_ (11pts)

**I.** Soit  $g(x) = 1 - x + e^{x-2}$  définie sur  $\mathbb{R}$

1) Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2) Calcule  $g'(x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$  puis étudie son signe et donne le tableau de variation de  $g$ .

3) Déduis-en le signe  $g(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .

**II.** Soit  $f(x) = x - 1 + xe^{2-x}$  définie sur  $\mathbb{R}$

On désigne par  $(C_f)$  la courbe de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) Montre que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0$  et interprète ce résultat géométriquement.

3) Détermine l'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec la droite  $(\Delta) : y = x - 1$ .

4) Etudie la position de  $(C_f)$  avec  $(\Delta)$  sur  $] -\infty; 0[$  et  $] 0; +\infty[$ .

5) a) Montre que  $\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = e^{2-x} g(x)$ .

b) Déduis-en le sens de variation de  $f$ , puis trace son tableau de variation sur  $\mathbb{R}$ .

6) a) Montre que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  tel que  $0,1 < \alpha < 0,2$  et interprète ce résultat géométriquement.

b) Déduis-en les solutions de l'inéquation :  $e^{2-x} \geq \frac{1-\alpha}{\alpha}$ .

c) Montre que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur  $\mathbb{R}$ .

7) a) Montre que  $\forall x \in \mathbb{R} : f''(x) = (x - 2)e^{2-x}$ .

b) Détermine le point d'inflexion A de la courbe  $(C_f)$ .

c) Détermine l'équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C_f)$  au point.

8) Construis  $(\Delta); (T)$  et  $(C_f)$  puis  $(C_{f^{-1}})$  dans le même repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

9) Discute suivant les valeurs du paramètre réel  $m$  les solutions de l'équation  $f(x) = x + m$ .

10) Calcule en  $cm^2$  l'aire du domaine plan limitée par la courbe  $(C_f)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations :  $x = 1$  et  $x = 2$ .