

CILZ3 : Cuvette - Cuvette Ouest - Plateaux

Baccalauréat, Plan Zonal Session de Mai 2021

Epreuve : Mathématiques

Durée : 04 heures

Série : D

Exercice 1 : (Nombres - Complexes)

On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nbs complexes, le polynôme :

$$P(Z) = Z^3 - 6iZ^2 - 16Z + 16i$$

1°) Vérifier que $Z_0 = 2i$ est une racine du polynôme $P(Z)$

2°) a-/ Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que :

$$P(Z) = (Z - 2i)(aZ^2 + bZ + c)$$

b-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$

3°) Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les pts A , B , C et D d'affixes respectives : $Z_A = 2 + 2i$

$$Z_B = -2 + 2i, \quad Z_C = 2i \quad \text{et} \quad Z_D = 4i$$

a-/ Ecrire l'expression de la similitude plane directe (S.P.D) qui laisse invariant le pt B et transforme A en D

b-/ Exprimer le nombre complexe $u = \frac{Z_A - Z_D}{Z_B - Z_D}$ sous forme exponentielle puis en déduire la nature du triangle ADB .

Exercice 2 : (Algèbre linéaire)

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^2$ est muni de la base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$.

Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$ définie par la base canonique $(\vec{i}, \vec{j})$ tels que : $f(\vec{i}) = \vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v}$ et $f(\vec{j}) = \frac{1}{3}\vec{u} - \frac{1}{6}\vec{v}$ où les

vecteurs $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$

1°) Exprimer $f(\vec{i})$ et $f(\vec{j})$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ puis écrire la matrice de f dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

2°) Déterminer :

a-/ le noyau de f , puis en donner une base $\vec{e}_1$.

b-/ l'image de f , puis en donner une base $\vec{e}_2$.

3°) Montrer que le couple $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de $\mathbb{R}^2$.

4°) Déterminer la matrice de f dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

Exercice 3: (fonction raccordée)

Partie A:

Soit f la fonction numérique à variable réelle x :
$$\begin{cases} f(x) = (x+1)e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ f(x) = 1 - 2x + x \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1°) Préciser l'ensemble de définition de f .

2°) Étudier la continuité et la dérivabilité de f en $x_0 = 0$ puis interpréter géométriquement les résultats obtenus.

3°) Étudier les variations de f .

4°) Pour $x \leq 0$: a-/ Déterminer les coordonnées du pt d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

b-/ Écrire une éq^t cartésienne de la tangente (T) à (C) en ce pt.

5°) Dq l'éq^t $f(x) = 0$, admet une solut^e unique $\alpha \in]6; 7[$. On ne demande pas de calculer α .

6°) a-/ Étudier les Branches infinies à (C) .

Inspection des lycées Zone III (ILZS: Cuvette - C.D - Plateaux)

2020 - 2021

b-/ Tracer la courbe (C) et la droite (T) dans le même repère. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Unité graphique : 2 cm

Partie B:

Soit h , la fonction numérique de la variable x définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad h(x) = -f(x)$$

- 1°) Dresser le tableau de variation de h .
- 2°) Tracer la courbe (C') representative de h dans le même repère que (C) de f .
- 3°) Calculer l'Aire en cm^2 du domaine (D) limité par les courbes (C) ; (C') et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

Exercice 4: (Probabilité)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 6 boules blanches (6BB) et 4 boules rouges (4BR). On tire 2 boules simultanément. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de 2 boules, associe le nbre de boules rouges tirées.

- a-/ Donner la loi de Probabilité de X .
b-/ Calculer l'espérance mathématique.
c-/ Calculer la variance de X .

(06 83536 30)

Ecrit par : Ken Moulie

Supervisé par: Duches et Pierre