

Exercice 1 :(5 points)

Soit l'équation $(E) : iz^3 + (4 - 3i)z^2 - (8 + 3i)z + 5i = 0; z \in \mathbb{C}$.

1) Montre l'équation (E) admet une solution imaginaire pure z_0 à déterminer.

2) Détermine les nombres complexes a, b et c tels que :

$$iz^3 + (4 - 3i)z^2 - (8 + 3i)z + 5i = (z - i)(az^2 + bz + c).$$

3) Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) .

4) Le plan complexe est rapporté au repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient les points A, B et C d'affixes respectives : $i; 1 + 2i$ et $2 + i$.

a) Place les points A, B et C .

b) Calcule AB, AC, BC et mes $(\widehat{AC}, \widehat{AB})$; puis en-déduis la nature du triangle ABC .

c) Détermine z_D , l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice 2 :(6 points)

I/ A l'entreprise Fasokanu, les employés ont le choix entre deux contrats : le salaire initial est toujours de 100.000 FCFA par mois, puis une augmentation de 1000 FCFA tous les mois pour le contrat A, et une augmentation de 0,5% tous les mois pour le contrat B.

Monsieur Konaté veut s'engager pour 18 mois, mais il hésite quant au choix du contrat. Il te sollicite. À l'aide d'une argumentation basée sur tes connaissances mathématiques, détermine le contrat le plus avantageux pour Monsieur Konaté.

II/

1) a) Résous l'équation différentielle $(E) : 16y'' + y = 0$.

b) Détermine la solution g de (E) vérifiant $g(0) = 1$ et $g(2\pi) = -\sqrt{3}$.

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $U_n = \int_n^{n+1} e^x dx$.

Montre que (U_n) est une suite géométrique.

Problème :(9 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité graphique 2cm).

On donne la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto f(x) = (x + 1)e^{-x} - x$ et (C) sa courbe représentative dans le repère.

Partie A

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto g(x) = x + e^x$.

1) Etudie les variations de g .

2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et justifie que :
 $-0,57 < \alpha < -0,56$.

3) Déduis-en le signe de $g(x)$.

Partie B

1) Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

2) a) Compare les fonctions $x \mapsto f'(x)$ et $x \mapsto -\frac{g(x)}{e^x}$.

b) Dédus-en, des études précédentes, le sens de variation de la fonction f .

3) a) En utilisant $g(\alpha) = 0$, compare $f(\alpha)$ et $-\left(\alpha + 1 + \frac{1}{\alpha}\right)$.

b) Montre que la droite $(\Delta) : y = -x$ est asymptote à (C) .

Etudie la position relative de (C) par rapport à (Δ) .

c) On désigne par A le point où (T) est parallèle à (Δ) .

Détermine l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A.

4) a) Construis (C) , (Δ) et (T) .

b) Calcule la fonction dérivée de la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F : x \mapsto f(x) = (x + 2)e^{-x}$.

c) Calcule l'aire A du domaine plan compris entre (C) les axes de ordonnées et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.