

MINI BAC N°1	COURS LE SAVOIR ACQUIS		
Epreuve de :	Mathématiques	Durée :	3h
Classe :	TSexp	Coef :	3

Exercice1..... (6 Points)

1. Soit le polynôme P de variable complexe z défini par :
- $$P(z) = z^3 - (x + 6i)z^2 + (-x + 19i)z + 18 - 6i \text{ où } x \in \mathbb{R}.$$
1. a. Détermine x pour que $2i$ soit solution de l'équation $P(z) = 0$.
b. En déduis la résolution dans $\mathbb{C}$ de $P(z) = 0$.
2. Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2 + i$; $z_B = 2i$ et $z_C = 3 + 3i$.
- a. Place les points A, B et C dans le plan complexe.
- b. On pose $Z' = \frac{z - z_B}{z - z_C}$.
- Détermine l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|Z'| = 1$.
3. Soit S la similitude plane directe qui transforme A en B et laisse invariant le point C .
- a. Détermine l'écriture complexe de S .
b. En déduis ses éléments caractéristiques.
4. Détermine et construis l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tels que: $|(1 + i)z - 6i| = 2\sqrt{2}$.

Exercice2..... (4 Points)

Une culture de bactéries à un rythme de croissance (exprimé en millimètre par jour) est modélisé par la fonction $f(t) = \frac{3000}{(1 + 0,25t)^2}$ où $t \in [0; + \infty[$ est le temps écoulé en jour.

- On admet que ce rythme de croissance est dérivée de la fonction population $P : t \mapsto P(t)$ et au temps $t = 0$ la culture compte 1000 bactéries.
1. Détermine $P(t)$ désignant la population des bactéries après t jours.
2. Calcule le nombre de bactéries ainsi que leur rythme de croissance au bout de 3 jours.
3. Détermine le nombre de jours au bout duquel le nombre de bactéries atteindra 10 000 individus.

4. Calcule $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t)$ puis interprète ce résultat.

5. Dresse le tableau de variation de P sur $[0; +\infty[$.

Problème..... (10 Points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x(1 - \ln x)$.

Soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité graphique 2 cm)

Partie A : Etude de la fonction f .

1. Etudie le signe de $f(x)$ suivant les valeurs du nombre réel x .
2. Détermine les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Détermine la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$ et dresse le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
4. Soit a un nombre réel strictement positif. On considère la tangente (T_a) au point A de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse a .

- a. Détermine l'équation de la tangente (T_a) puis les coordonnées du point A' , point d'intersection de la droite (T_a) et de l'axe des ordonnées en fonction du nombre réel a .
- b. Construis la tangente $(T_{\frac{1}{2}})$, $(T_{\frac{3}{2}})$ et la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère .

Partie B : Calcul d'aire

Soit β un nombre réel strictement supérieur à e ($\beta > e$). On note $A(\beta)$ l'aire de la région du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = e$ et $x = \beta$.

1. A l'aide d'une intégration par parties, calcule $A(\beta)$ en fonction de β .
2. Calcule $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} A(\beta)$.