

Exercice 1 :(5 points)

On considère le polynôme p définie par $p(z) = z^3 - z^2 - (1 + i)z - 2 + 2i$.

- 1) a) Montre que p admet une solution réelle z_0 et une solution imaginaire z_1 que l'on déterminera.
 b) Détermine deux nombres complexes a et b tels que : $p(z) = (z - z_0)(z - z_1)(az + b)$.
 c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(z) = 0$.
- 2) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.
 On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2$; $b = i$ et $c = -1 - i$.
 a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.
 b) Calcule le nombre complexes $\frac{a-b}{c-b}$, puis en déduis la nature du triangle ABC .
- 3) Soit S la similitude directe de centre C qui transforme A en B .
 a) Montre que l'écriture complexe de S est : $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)z - 1$.
 b) Détermine le rapport et l'angle de S .

Exercice 2 :(5 points)

I// On considère les intégrales A et B ci-dessous :

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\cos^2 x dx \text{ et } B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin^2 x dx.$$

- 1) Calcule $A + B$ puis $A - B$.
- 2) En déduis les valeurs de A et de B .

II// On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{(x-2)^2}$.

- 1) Détermine les nombres réels a, b, c et d tels que pour tout $x \neq 2$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{(x-2)^2}$.
- 2) Donne une primitive de f sur $[-1; 1]$.
- 3) Calcule $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Problème :(10 points)**Partie A :**

On donne la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

- 1) Etudie les variations de g et dresse son tableau de variation.
- 2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α tel que $2,19 < \alpha < 2,20$.
- 3) En déduis le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) . (Unité graphique : 2cm)

- 1) a) Détermine le domaine de définition de f , puis calcule les limites aux bornes de son ensemble de définition.
 b) Interprète graphiquement le résultat des limites de f en -1 et 1 .
- 2) a) Montre que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
 b) En déduis le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 3) a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à (C) en $-\infty$ et $+\infty$.
 b) Détermine les coordonnées du point d'intersection entre (C) et (D) .
 c) Etudie les positions relatives de (C) par rapport à (D) .
- 4) Trace (C) et (D) .