

Exercice 1 :.....(5 points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'unité graphique est 2 cm.

On pose : $\forall z \in \mathbb{C}, P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (5 + 8i)z - 7i + 4$.

- 1) Montre que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on donnera.
- 2) Trouve les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$.
- 3) a) Résous l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^2 - (4 + 2i)z + 7 + 4i = 0$.
b) En déduis la résolution de l'équation $P(z) = 0$.
- 4) Soit A, B et C les points d'affixes respectives $2 - i, i$ et $2 + 3i$.
a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.
b) Calcule : AB, AC et BC. En déduis la nature du triangle ABC.

Exercice 2 :.....(5 points)

Soit le polynôme P définie par $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

- 1) Détermine les nombres réels a et b tels que : $P(x) = (x + 1)(2x^2 + ax + b)$.
- 2) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- 3) En déduis dans $\mathbb{R}$ la résolution de l'équation et l'inéquation suivantes :
a) $2e^{3x} + 7e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$.
b) $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0$.
c) $\ln(2x + 3) + \ln(x^2 + 2x + 2) \leq \ln(8x + 9)$.

Problème :.....(10 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité graphique : 2 cm.

On note E le point de coordonnées $(\ln 2, \ln 2)$.

- 1) Soit a et b deux nombres réels, on désigne par g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.
a) Calcule la dérivée de g .
b) Détermine a et b pour que la courbe représentative de g passe par le point E et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
- 2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 2}$.
a) Montre que pour tout nombre réel x , on a : $f(x) = x - 2 + \frac{8}{e^x + 2}$.
b) Montre que les droites (D_1) d'équation $y = x + 2$ et (D_2) d'équation $y = x - 2$ sont asymptotes à la courbe représentative (C) de f respectivement en $-\infty$ et en $+\infty$.
c) Précise la position de la courbe par rapport à chacune de ces droites.
d) Dresse le tableau de variation de f .
e) Construis la courbe (C) , (D_1) et (D_2) .
- 3) a) Détermine une primitive de la fonction h définie tout nombre réel x par : $h(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$.
b) En déduis une primitive de f qui s'annule pour $x = \ln 2$.