

Exercice 1 :(4 points)

I/ Soient les deux nombres complexes $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = -8 - 8\sqrt{3}i$. On pose $z = \frac{z_1}{z_2}$

- 1) Donne la forme algébrique de z .
- 2) Ecris z_1 et z_2 sous forme exponentielle.
- 3) Ecris z sous forme exponentielle puis sous forme trigonométrique.
- 4) Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

II/ On considère A, B et A' trois points distincts d'affixes respectives $1 - 2i$, 2 et $4 - i$.
Montre que A' est l'image de A par la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Exercice 2 :(6 points)

On considère l'application p de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $p(x) = x^3 - 4x^2 - 29x - 24$.

- 1) a) Calcule $p(8)$.
b) Ecris $p(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.
c) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $p(x) \leq 0$.
- 2) En se servant des résultats précédents, résous dans $\mathbb{R}$:
a) l'équation $\ln^3 x - 4\ln^2 x - 29\ln x - 24 = 0$.
b) l'équation $e^{3x} - 4e^{2x} - 29e^x - 24 = 0$.
c) l'équation $2^{3x} - 4 \cdot 2^{2x} - 29 \cdot 2^x - 24 = 0$.
- 3) Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie sur $D_f = \mathbb{R} - \left\{-2; \frac{1}{3}\right\}$, par : $f(x) = \frac{9x^2 + 14x - 1}{3x^2 + 5x - 2}$.
a) Détermine les nombres réels a, b, c et d tels $\forall x \in D_f, f(x) = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{3x-1}$.
b) Calcule $I = \int_1^2 f(x) dx$.

Problème :(10 points)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f : x \mapsto f(x) = -x + 2 + \frac{\ln x}{x^2}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ unité 4 cm.

- 1) Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto g(x) = 1 - x^3 - 2\ln x$.
a) Précise le domaine de définition de g .
b) Etudie les variations de g .
c) Calcule $g(1)$. Déduis-en le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .
- 2) a) Précise le domaine de définition de la fonction f .
b) Compare $x \mapsto \frac{g(x)}{x^3}$ et $x \mapsto f'(x)$.
Dresse le tableau complet de variations de f .
c) Montre que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[1; +\infty[$ une solution unique α dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,1.
- 3) a) Montre que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe représentative (C_f) de f .
b) Etudie la position de (C_f) par rapport à (D) .
c) Trace (C_f) et (D) .
d) Calcule en cm^2 , l'aire du domaine limité par la droite (D) , la courbe (C_f) et les droites d'équations :
 $x = 1$ et $x = 2$.