

Exercice 1 :(5 points)

- 1) a) Calcule $(3 + i)^2$.
b) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E) : z \in \mathbb{C}, z^2 - (1 + 5i)z - 8 + i = 0$.
- 2) On considère le polynôme P définie par : $P(z) = z^3 - (1 + 6i)z^2 + (-13 + 2i)z + 1 + 8i$ où $z \in \mathbb{C}$.
a) Vérifie que $P(i) = 0$.
b) Détermine les deux nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$.
c) Déduis-en l'ensemble des solutions de l'équation : $P(z) = 0$.
- 3) Dans le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'abscisses respectives $z_A = i$, $z_B = 2 + 3i$ et $z_C = -1 + 2i$.
a) Place les points A, B et C dans le plan complexe.
b) Justifie que $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = 2e^{-i\frac{\pi}{2}}$ et déduis-en la nature du triangle ABC.
c) Calcule l'abscisse du point D pour que le quadrilatère ABCD soit un rectangle.

Exercice 2 :(5 points)

On considère les suites u_n et v_n définies pour tout entier naturel n par définies par : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}(u_n)^2 \end{cases}$ et $v_n = \ln\left(\frac{3}{2}u_n\right)$.

- 1) Calcule v_0 .
- 2) Démontre que v_n est une suite géométrique de raison 2.
- 3) Exprime v_n en fonction de n .
- 4) Calcule la limite de v_n .
- 5) Exprime u_n en fonction de v_n puis en déduis la limite de u_n .
- 6) Pour tout entier naturel n , on pose : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ et $T_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$.
a) Démontre que : $S_n = (1 - 2^n) \ln 2$.
b) Justifie que $T_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n e^{S_n}$ puis en déduis T_n en fonction de n .

Problème :(10 points)**Les parties I et II sont indépendantes**

I// Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) Etudie la parité de f .
- 3) Etudie les variations de f sur son ensemble de définition.
- 4) a) Justifie que (C) admet deux asymptotes.
b) Détermine une équation de la tangente à (C) en son point d'abscisse 0.
c) Construis (C).

II// A l'instant $t = 0$, on injecte dans le sang une dose de 6 ml d'un médicament. On veut étudier le processus d'élimination du produit au cours des 12 heures suivant l'injection. La quantité du médicament présente dans le sang (en ml) en fonction du temps t (en heures) est $f(t)$ si f est la fonction définie sur $[0; 12]$ par : $f(t) = 6e^{-0,1t}$.

- 1) Etudie les variations de f sur $[0; 12]$.
- 2) Trace la courbe représentative de f dans un repère orthogonal unité graphique 1cm sur axe des abscisses 2 cm sur l'axe des ordonnées.
- 3) a) Détermine graphiquement puis par calcul à 10^{-1} près, la quantité de médicament présente dans le sang au bout de 4 heures et de 5 heures 30 minutes.
b) Après avoir injecté à un patient une dose de 6 ml du médicament, on procède à une seconde injection lorsque la quantité présente dans le sang devient inférieure à 2,5 ml. Par lecture graphique puis par calcul, indique au bout de combien de temps, on procède à la seconde injection.