

Exercice 1 : (4 points)

Soit (u_n) une suite numériques définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 6 - \frac{7}{u_n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

1) Calculer u_1 et u_2

0,5

[illegible]

0,5

2) Montrer par récurrence que $1 \leq u_n \leq 5$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

0,25

3) a- Vérifier que $u_{n+1} = \frac{6u_n+5}{u_n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

.....

.....

.....

.....

0,5

b- Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n-5)(1+u_n)}{u_n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$, puis déduire que la suite (u_n) est croissante.

[illegible]

0,25

c- En déduire que la suite (u_n) est convergente.

0,5

3) On considère (v_n) une suite numériques définie par : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique sa raison $\frac{1}{7}$.

0,5

b- Déterminer v_n en fonction de n puis déduire u_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5

c- Calculer $\lim u_n$

0,5

d- Calculer $S_n = v_0 + v_1 + v_2 \dots + v_n$ en fonction de n **Exercice 2 : (1,5 points)**Soit X une variable aléatoire dont sa loi de probabilité est

k	-1	1	2
$p(X = k)$	a	$2a$	$3a$

0.5

1. Déterminer a .

1

2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

Exercice 2 : (2,5 points)

Une urne contient cinq boules noires numérotées : 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 et quatre boules blanches numérotées : 1 ; 1 ; 2 ; 2. (les boules sont indiscernables au toucher).

1) On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne,

On considère les évènements suivants :

A : « les trois boules tirées sont de même de même couleur »

B : « les trois boules tirées portent le même nombre ».

1,5

1.a. Calculer la probabilité des évènements A, B puis montrer que $p(A \cap B) = \frac{1}{84}$.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

0,25

1.b. Les deux événements A et B sont – ils indépendants ?

[illegible]

0,75

1.c. Sachant que les boules tirées sont de même couleur calculer la probabilité pour qu'elles portent le même nombre.

.....

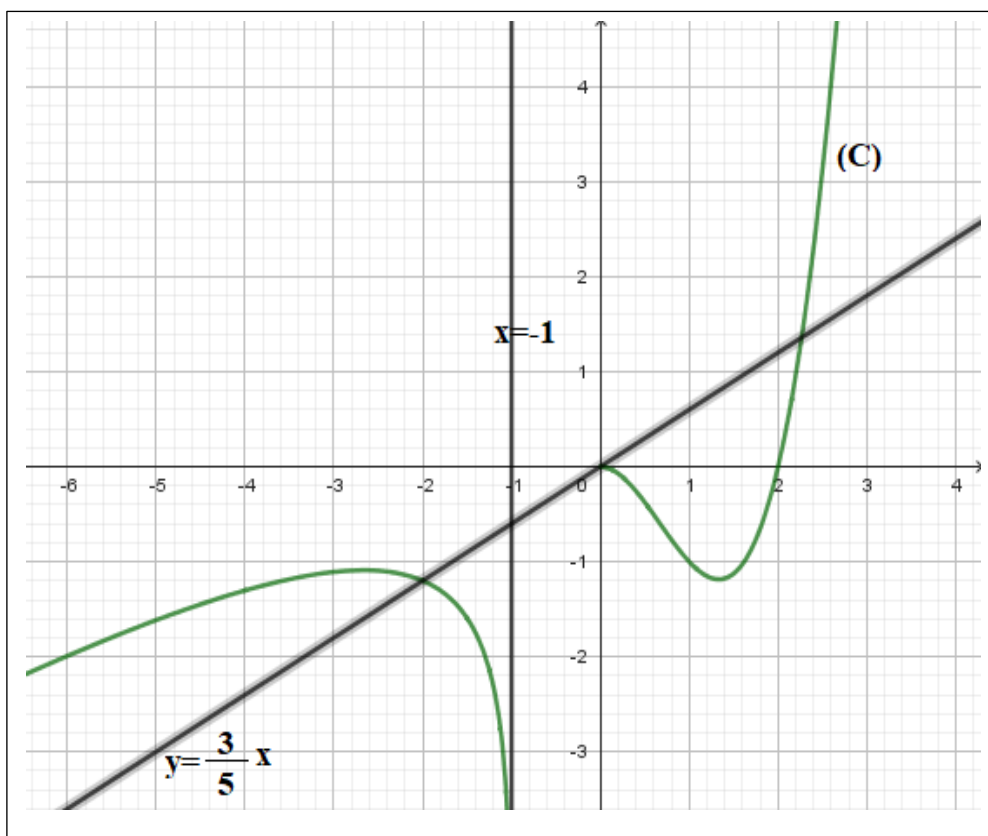
.....

.....

.....

Exercice 4 : (4.75 points)

On considère la fonction f définie par sa courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



Répondre graphiquement aux questions suivantes :

- 0.5 1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f .

.....

- 1 2. Déterminer le signe de la fonction f .

.....

- 1 3. a. Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$.

.....

b. Déterminer les branches infinies de (C)

[illegible]

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1 - x)^2 e^x$.

Soit (C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tel que $\|\vec{i}\| = 1\text{cm}$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

[illegible]

2. a. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f(x) = x^2 e^x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$.

[illegible]

b. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

[illegible]

1

3. a. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}): f'(x) = (x - 1)(x + 1)e^x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1

b. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

0.5

4. Déterminer l'équation de la droite tangente (T) au point d'abscisse 0.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

0.75

5. a. Montrer que la fonction $F: x \mapsto e^x(x^2 - 4x + 5)$ est la fonction primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.25

b. Calculer de la partie hachurée, du domaine plan délimité par (C_f) , la droite de l'équation $y = 1$, et les droites d'équations : $x = -\frac{5}{2}$ et $x = \frac{3}{2}$. est cm^2

