

الصفحة 1 4	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العادية 2026 Mathématiques - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة +٠٧٨٨٤+ ١٤٢٠٤٥ +٠٤٠٧٠٠+ :٥٧٤٤ :٠٤:٥ ٨ :٥١٤٨ :٤٧٧٠: ٨ +:١١:١+
∞	SSSSSS-SSSSS	
3h	مدة الإنجاز	المادة
7	المعامل	المسلك أو المسلك
	الرياضيات	مسلك العلوم الفيزيائية و مسلك علوم الحياة الأرض – خيار فرنسية

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

- ✓ L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie de l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 3	Calcul intégral	2,25 points
Exercice 4	Nombres complexes.	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques.	8,75 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z ;
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1: (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1;2;3)$ et $B(4;0;2)$ et $C(0;1;5)$. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(3;3;3)$ et de rayon $R = \sqrt{3}$

- 0.5 1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$
- 0.5 b) En déduire que $x + y + z - 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC)
- 0.5 2) a) Montrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S)
- 0.5 b) Déterminer les coordonnées du point H le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S)
- 3) Soit $M(\alpha; \beta; \gamma)$ un point du plan (ABC)
- 0.5 a) Montrer que $\Omega M \geq R$
- 0.5 b) En déduire que $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} \geq 2\sqrt{3}$

Rédigé par le Prof :
M. KHALIFA YASSINE

Exercice 2: (3 points)

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher dont deux numérotés $(a-1)$, $(a-1)$ et quatre numérotés a et un jeton numéroté $(a+1)$ (avec $a \in \mathbb{N}$). On tire simultanément deux jetons du sac.

On considère les deux évènements :

A : "les deux jetons tirés portent le même nombre"

B : "la somme des nombres marqués sur les deux jetons tirés est $2a$ "

- 1 1) Montrer que : $p(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{8}{21}$
- 2) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage (de deux jetons simultanément) la somme des nombres marqués sur les deux jetons.
- 0.25 a) Déterminer les valeurs prises par X
- 0.5 b) Montrer que $p(X = 2a + 1) = \frac{4}{21}$
- 0,75 c) Déterminer la loi de probabilité de X
- 0,5 d) Sachant que $E(X) = \frac{12}{7}$, déterminer la valeur de a

Exercice 3: (2,25 points)

On considère les deux intégrales : $I = \int_0^{\ln 6} \frac{e^x + 1}{e^x + 2} dx$ et $J = \int_0^{\ln 6} \frac{1}{e^x + 2} dx$

- 1 1) Calculer $I + J$ et $I - J$
- 0,5 2) En déduire que $I = \ln 4$ et $J = \ln\left(\frac{3}{2}\right)$
- 0,75 3) En utilisant une intégration par parties calculer l'intégrale $K = \int_0^{\ln 6} e^{-x} \ln(e^x + 2) dx$

Exercice 4 : (3 points)

Dans le plan complexe rapporté d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A ; B et

C d'affixes : $a = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $b = 2ia$; $c = 1$

0,25 1) Vérifier que $1 - a = \bar{a}$

0,75 2) Ecrire a sous forme trigonométrique, en déduire que $b = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$

0,5 3) a) Montrer que C est l'image du point A par la rotation R de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$

0,5 b) En déduire la nature du triangle OAC

4) Soit z l'affixe d'un point M de la médiatrice du segment $[OA]$

0,25 a) Montrer que $\bar{z}a + a\bar{z} = 1$

0,25 b) En déduire que $z = a.(z - \bar{z}) + 1$

0,5 c) Montrer que $(MC) // (OB)$

Rédigé par le Prof :
M. KHALIFA YASSINE

Problème : (8,75 points)

On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par: $f(x) = x + \ln x - \frac{4 \ln x}{x+1}$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. ($\|\vec{i}\| = 1cm$)

0,5 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat

0,75 2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

0,5 b) Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y = x$ au voisinage de $+\infty$

0,5 3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x(x+1)} + \frac{4 \ln x}{(x+1)^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$

0,5 b) Montrer que $(x^2 + 2x - 3)$ et $\ln(x)$ ont le même signe sur $]0; +\infty[$

0,5 c) En déduire que f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$

0,25 d) Dresser le tableau de variations de f

0,5 4) a) Vérifier que $f(x) - x = \left(\frac{x-3}{x+1} \right) \ln x$ pour tout x de $]0; +\infty[$

0,5 b) En déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ)

1 5) Construire la courbe (C) et la droite (Δ) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (On admet que la courbe (C) a un seul point d'inflexion dont l'abscisse $x \approx 3$)

6) Soit g la restriction de f sur $]0; 1]$

0,5 a) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[1; +\infty[$

- 0,25 **b)** Dresser le tableau de variation de la fonction g^{-1}
- 0,5 **c)** Construire $(C_{g^{-1}})$ la courbe représentative de la fonction g^{-1} dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
- 0,5 **d)** Déterminer graphiquement : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g^{-1}(x) - 1}{x - 1}$
- 7)** Soit (u_n) la suite numérique définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
- 0,5 **a)** Montrer que $1 \leq u_n \leq 3$ pour tout n de $\mathbb{N}$
- 0,5 **b)** Montrer que (u_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente
- 0,5 **c)** Déterminer $\lim u_n$

Rédigé par le Prof :
M. KHALIFA YASSINE