

		
EXAMEN BLANC INTER-CLUB SESSION FEVRIER 2025	<u>EPREUVE</u> : MATHEMATIQUES	Durée : 3H / Coef : 3 CLASSE : Tle D

Exercice 1 (6 points)

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte, absente ou surchargée est comptée 0 point.

- L'équation $x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:
a) Trois solution b) une unique solution c) deux solutions d) aucune solution
- La forme exponentielle de $(1 - i\sqrt{3})^5$ est :
a) $32e^{i\frac{\pi}{3}}$ b) $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ c) $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ d) $32e^{-i\frac{\pi}{3}}$
- Soit $f(x) = x \ln x$ définie sur $]0; +\infty[$. Une équation de la tangente à (C) au point d'abscisse e est :
a) $y = (e - 1)x + e^2 + 2e$ b) $y = \frac{1}{e}x + e - 1$ c) $y = (e + 1)x - e^2$ d) $y = 2x - e$
- La somme $S = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ de la suite (U_n) de terme général : $U_n = 2n - 1 - 2\ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ est :
a) $n^2 - 2\ln(n + 1)$ b) $\frac{n(n-1)}{2} - 2\ln(n + 1)$ c) $n^2 + 2\ln(n + 1)$ d) $\frac{n(n-1)}{2} + 2\ln(n + 1)$.
- Soit $I = \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$. On considère la fonction f définie de I dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3 - 4\cos 2x$. On a donc :
a) $(f^{-1})'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{12}$ b) $(f^{-1})'(1) = 0$ c) $(f^{-1})'(1) = -\frac{1}{2}$ d) $(f^{-1})'(1)$ n'existe pas.
- Soit $\begin{cases} g(x) = \frac{1-\sqrt{x^2+1}}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ g(0) = m \end{cases}$. La valeur de m pour que g soit continue sur $\mathbb{R}$ est :
a) $m = -1$ b) $m = 0$ c) $m = -\frac{1}{2}$ d) $m = \frac{1}{2}$

Exercice 2 (6 points)

- A. 1) a) Montrer que $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, $t^3 = 1$ et mettre les solutions sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
c) Déduis dans $\mathbb{C}$ les solutions de l'équation (E): $z^3 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$.
- 2) a) Ecrire $\frac{-1+i}{\sqrt{2}}$ sous forme trigonométrique.
b) Déduire les arguments des solutions de l'équation (E).
c) En déduire les valeurs exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
- B. On considère la fonction g définie par $\begin{cases} g(x) = \frac{x^2}{2} - x^2 \ln x, & \text{si } x > 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$. Soit (C) courbe représentative dans un repère (O, I, J) . Unité 2cm

1. a) Calculer la limite de g en $+\infty$.
b) Montrer que $g'(x) = -2x \ln x$ puis dresser le tableau de variation de g .
2. a) Démontrer que la restriction h de la fonction g sur $[1; +\infty[$ admet une bijection réciproque h^{-1} dont on précisera l'ensemble de définition.
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $h^{-1}(x) = e$ puis calculer $(h^{-1})'(e)$.
d) Construire (C) et (C^{-1}) dans le même repère.

Exercice 3

Suite à des coupures récurrentes de lumière dans la commune d'ELAVAGNO, la mairie de ladite commune fait commander des lampes solaires toutes identiques pour partager aux habitants des plus démunis de sa population. Ces lampes ont la forme d'un triangle rectangle isocèle ABC tels que les points A, B et C sont les points image solutions de l'équation $(E): z^3 - 6iz^2 - 18z + 40i = 0$ (avec z_A imaginaire pure). Pour le prix d'en gros une lampe coute 1000fcfa et le nombre n de lampe commandé est égale à l'aire d'une lampe élevée à la puissance 4 ($n = A^4$). Pour le transport de ces lampes, il cherche un camion qui doit faire un trajet de 150km. La consommation de gasoil est de $6 + \frac{v^2}{30}$ litre par heure, où v désigne sa vitesse en km/h. Le prix du gasoil est de 540fcfa le litre et le chauffeur est payé à 7200fcfa l'heure. On suppose que la durée de trajet en heure est t et $p(v)$ est le prix de revient de toute la course.

La mairie d'ELAVAGNO aimerait construire des hydrauliques villageois pour 10 villages. L'entreprise de forage propose le tarif suivant : 10000fcfa le premier mètre ; 12000fcfa le deuxième mètre ; 14000fcfa le troisième mètre et ainsi de suite en ajoutant chaque fois 2000fcfa. Le projet consiste à forer deux puits par village et chaque puits à une profondeur de 16 mètres. D'après les accords, les partenaires financent les deux tiers du coût total du projet et la commune finance le reste. Le chef de projet de développement communal aimerait connaître la part du financement qui revient à la commune.

Consigne 1 : Aider le chef projet communal à déterminer les coûts des lampes solaires et la vitesse qui minimise le prix de revient de toute la course.

Consigne 2 : Aide le chef communal à déterminer la part du financement qui revient à la commune.

Consigne	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	2	1	0,5	0,5
Consigne 2	1	1	0,5	0,5

Bonne réflexion !!!