

ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT DE BAMAKO
RIVE DROITE

COMPOSITION : 2ème PERIODE			
SERIE : SBT EPREUVE DE : Mathématiques	2010/2011	DUREE : 3heures	COEF : 04

Exercice1 : (5 points)

1°) Simplifier le réel $K = e^{\ln 4} + e^{-\ln 4} + e^{-2\ln 4} + \ln \frac{1}{\sqrt{e}}$. (1 pt)

2°) Résoudre les équations suivantes :

a) $(\log_3 x)^3 + (\log_3 x)^2 - 2\log_3 x - 2 = 0$ (1 pt)

b) $\ln x + \ln(x^2 + x - 4) = 2\ln 2$ (1 pt)

3°) a) Résoudre l'équation différentielle (E): $y' = 0,5y$ (0,5 pt)

b) Déterminer la solution f de (E) dont la courbe passe par le point $A(2; 5)$. (0,5 pt)

Exercice2 : (6 points)

1°) Calculer les intégrales suivantes :

$A = \int_1^e \frac{\ln x}{2x} dx$ (0,5 pt) $B = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x^2+1}} dx$ (0,5 pt)

2°) Calculer au moyen d'une intégration par parties le réel $K = \int_1^2 x \ln x dx$ (1 pt)

3°) On donne les fonctions $f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$ et $g(x) = \frac{x+1}{x} e^{-\frac{1}{x}}$

a) Montrer que f est une primitive de g sur $\mathbb{R}^*$. (0,5 pt)

b) En déduire le calcul intégrale $J = \int_1^2 \frac{x+1}{x} e^{-\frac{1}{x}} dx$ (0,5 pt)

4°) Déterminer les réels a et b tels que : $\frac{x^2-1}{x^3+x} = \frac{ax}{x^2+1} + \frac{b}{x}$. (1 pt)

En déduire le calcul de l'intégrale $I = \int_1^2 \frac{x^2-1}{x^3+x} dx$ (1 pt)

5°) Calculer la valeur moyenne de la fonction h définie par $h(x) = xe^{x^2}$ sur l'intervalle $I = [2; 4]$. (1 pt)

Problème : (10 points)

A/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 + (x+3)e^x$

1°) Dresser le tableau de variation de g . (le calcul des limites n'est pas demandé) (2 pts)

2°) Préciser l'extremum de g sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

3°) En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. (0,5 pt)

B/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 1 + (x+2)e^x$.

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Étudier la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$. (0,5 pt)

2°) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe (C_f) . (0,5 pt)

Étudier la position de (C_f) par rapport (D) . (0,5 pt)



3°) Montrer que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$. (0,5 pt)

Dresser le tableau de variation de f . (1 pt)

4°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α

Dans l'intervalle $[-1; 0]$. Justifier que $-0,29 \leq \alpha \leq -0,28$. (1 pt)

5°) a) Montrer que f admet une réciproque. On notera f^{-1} cette réciproque. (0,5 pt)

b) Montrer que $(f^{-1})'(0) = -\frac{\alpha+2}{\alpha^2+\alpha-5}$. (0,5 pt)

6°) Tracer la courbe (C_f) et la droite (D) dans le repère. (1 pt)

7°) On désigne par $\mathcal{A}_m$ l'aire de la partie du plan limitée par (C_f) , la droite (D) et les droites d'équations $x = m$ et $x = 0$ avec $m < 0$.

a) Calculer $\mathcal{A}_m$. (0,5 pt)

b) Calculer la limite de $\mathcal{A}_m$ lorsque m tend vers $-\infty$. (0,5 pt)

Exo

1. On considère l'éq différentielle $E: y'' - y' = 4xe^{2x}$
déterminer les rechs A et B pour que la fonction $g(x) = (Axe^2 + Bxe)e^{2x}$ soit
solution de E .
2. Vérifier qu'une fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ est solution de E équivaut
à $f - g \in E'$ $y'' - y = 0$ résoudre E' puis en déduire la solution générale de E