

Académie d'Enseignement Bamako Rive Gauche
Compositions Locales AEBRG 2^{ème} Période 2012-2013
Session : Mars 2013
Série : SBT
Durée :3 Heures

Exercice 1 :(5points)

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 - 7x^2 - 5x + 4$.

1. a) Vérifier que $P(x) = (x + 1)(x - 4)(2x - 1)$. (0.25point)
b) Résoudre $P(x) = 0$ puis $P(x) \geq 0$. (0.75point)
2. En déduire la résolution de :
a) $2(\ln x)^3 - 7(\ln x)^2 - 5(\ln x) + 4 = 0$. (1point)
b) $2e^{3x} - 7e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$. (1point)
c) $\ln(2x) + \ln(x^2 - 1) = \ln(x + 1) + \ln(7x - 4)$. (1point)
d) $(2e^x - 1)(e^{2x} - 3e^x - 4) \geq 0$. (1point)

Exercice 2 :(5points)

1. Calculer les intégrales suivantes
 $I = \int_1^{2e} x \ln x dx$; $J = \int_0^1 2xe^x dx$; (0.5x2point)
2. On définit une fonction g sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax + b)e^{-x} + c$.
a) Calculer la fonction dérivée $g'(x)$ de la fonction g . (1point)

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$			+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	1	2	$e^{-2}+2$	2

- b) Déterminer la fonction en utilisant les informations du tableau de variation. (2.5points)

Problème :(10points)

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-1}$$

1. Etudier et construire la courbe de f (on tracera les asymptotes) .(2points)
2. Calculer l'aire du domaine compris entre C_f , l'asymptote oblique et les droites d'équation : $x=2$ et $x=5$ (on hachurera le domaine) .(1point)

II- Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ par :

$$f(x) = -x^2 + 2x - \ln(2x+1).$$

On admet que f est dérivable et on note f' sa dérivée.

Le tableau de variation de la fonction f est le suivant :

x	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
signe de $f''(x)$	-	0	+	0	-
variations de f	$+\infty$	0	$\frac{3}{4} + \ln(\frac{1}{2})$	$-\infty$	

- 1) Justifier tous les éléments contenus dans ce tableau. .(4points)
- 2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution α dans l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$. (1point)
- b) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2} . .(0.75point)
- 3) Déterminer le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $]-\frac{1}{2}; +\infty[$. (0.75point)