

ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT DU DISTRICT
DE BAMAKO RIVE GAUCHE

COMPOSITIONS LOCALES DES CLASSES TERMINALES DE L'ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT DE BAMAKO RIVE GAUCHE			
SERIE :	SBT	3 ^{ème} PERIODE 2012-2013	
EPREUVE DE :	MATHEMATIQUE	DUREE : 3HEURES	COEF : 4

Exercice 1:(5pts)

1) Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{7! \times 4!}{3! \times 5!}; B = \frac{21!}{18!}; C = \frac{n!}{(n-1)!}; D = \frac{(n-1)!}{n!} - \frac{(n)!}{(n+1)!}$$

2) Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$a) 2C_n^2 + 6C_n^3 = 0; b) A_n^3 + A_n^2 = n^3 - 28$$

3) Une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires.

De combien de façon peut-on extraire 3 boules de l'urne pour que ces boules comprennent :

- a) 1 boule blanche et une seule.
- b) 2 boules blanches.
- c) Aucune boule blanche.
- d) Au moins une boule blanche.

Exercice 2 :(5pts)A) On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $U_n = e^{1-2n}$ 1. a) Montrer que (U_n) est une suite géométrique. En préciser le premier terme et la raison.b) Justifier que la suite (V_n) , définie sur par : $V_n = \ln(U_n)$, existe et est arithmétique.2) On pose $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ et $P_n = U_0 \times U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ a) Exprimer S_n et P_n en fonction de n .b) Déterminer le comportement à l'infini de S_n , et celui de P_n B) Soit (E) l'équation différentielle : $y'' + 4y = 0$.

1) Résoudre cette équation différentielle.

2) Déterminer la solution f de l'équation (E) vérifiant : $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ et $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$ 3) Trouver deux réels C et φ tels que : $f(x) = C \cos(2x + \varphi)$

Problème :(10pts)

I)- Soit la fonction g définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - \ln 2x$

1°) Résoudre l'équation $g(x) = 0$.

2°) Résoudre l'inéquation $g(x) > 0$.

II)- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 - \log_{\frac{1}{2}} |x| \right)$

où $\log_{\frac{1}{2}}$ désigne la fonction logarithme décimale de base $\frac{1}{2}$ et C sa courbe représentative dans le muni d'un repère orthonormé (O, I, J) unité graphique 2cm.

1°) Montrer que l'origine O est un centre de symétrie de C .

2°) a) Justifier que, pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a : $f(x) = \frac{1}{x} \left(1 + \frac{\ln(x)}{\ln 2} \right)$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Qu'en déduisez-vous pour f ?

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Qu'en déduisez-vous pour f ?

3°) a) Montrer que, pour tout $x \in]0 ; +\infty[$, on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2 \ln 2}$

b) Dédurre de la question 1°) le signe de $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$

c) Donner le tableau des variations de f sur $]0 ; +\infty[$.

4°) Calculer $f\left(\frac{1}{2}\right)$. Qu'en déduisez-vous pour f ?

5°) Tracer la courbe C sur $\mathbb{R}^*$.

6°) Déterminer, en unités d'aire, l'aire du domaine du plan limité par la courbe C , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.