

COMPOSITION DE LA PREMIÈRE PÉRIODE :
EPREUVE DE : MATHÉMATIQUES

Classe : Terminale Sciences Expérimentales—Durée : 3heures—Coefficient : 3

Le sujet comprend deux exercices et un problème tous obligatoires. Toute trace de solution sera prise en compte dans l'appréciation des copies. Aucune figure tracée à main levée ne sera considéré.

Exercice1 :

5pts

1. Détermine les limites suivantes :

a. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{2 - \sqrt{x}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

c. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{5 - x}$

d. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos x - 1}{3x - \pi}$

2. On définit la fonction numérique de la variable réelle x par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin x - x}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

a. Donne le domaine de définition de f .

b. Étudie la continuité de f au point 0.

Exercice2 :

5pts

Soit dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$(E) : iz^3 + (4 - 3i)z^2 - (8 + 3i)z + 5i = 0.$$

1. Montre que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.

2. Détermine les nombres complexes a, b et c tels que :

$$iz^3 + (4 - 3i)z^2 - (8 + 3i)z + 5i = (z - i)(az^2 + bz + c).$$

3. Résous l'équation (E).

4. Le plan complexe est muni d'un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soit les points A, B, C d'affixes respectives $i; 1 + 2i$ et $2 + i$.

a. Place les points A, B et C .

b. Calcule les distances AB, AC, BC et $\text{mes}(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$. En déduis la nature du triangle ABC .

c. Détermine l'affixe du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Place D .

Problème :

10pts

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$. On appelle $(\mathcal{C})$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Trouve l'ensemble de définition de f .

a. Détermine les nombres réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 3}$. En déduis que $(\mathcal{C})$ admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ que l'on précisera.

b. Étudie la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

3. Étudie les variations de f et établis son tableau de variation.

4. Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 2$.

5. Trace $(\mathcal{C})$.

6. Résous et discute graphiquement suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solution de l'équation : $-x^2 + (1 - m)x + 3m + 2 = 0$