

Lycée Yana Maïga de Gao (LYMG)

COMPOSITION : 1^{ère} PÉRIODE

EPREUVÉ DE MATHÉMATIQUES

Classe : T.S.Exp.	2017 - 2018	Durée : 3 heures	Coef : 03
-------------------	-------------	------------------	-----------

Lire attentivement :

- ☞ Le sujet est composé de deux exercices et d'un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- ☞ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- ☞ L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 : -----[7 points]

A. Détermine le module et un argument de chacun des nombres complexes suivants :

$$z = -5e^{i\frac{\pi}{5}}; \quad z' = i \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}; \quad z'' = 1 + \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \quad (1, 50 \text{ pts})$$

B. Soient z et u deux nombres complexes tels que :

$$z = \sqrt{3} + i \quad \text{et} \quad u = \sqrt{2}(1 + i)$$

On pose : $X = u \times z^2$

1. a. Détermine le module et l'argument principal de z et u . (1 pt)
- b. Déduis en le module et l'argument principal de X . (0, 50 pt)
2. a. Ecris X sous forme algébrique et sous forme trigonométrique. (1 pt)
- b. Déduis en les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$. (1 pt)
- c. Calcule X^{12} . (0, 50 pt)

C. Linéarise : $\cos^3 2x$ et $\cos^3 x \times \sin^3 x$. (1, 50 pts)

Exercice 2 : -----[6 points]

On considère le polynôme f défini par :

$$f(z) = iz^3 + (4 - 3i)z^2 - (8 + 3i)z + 5i; \quad z \in \mathbb{C}$$

- 1) Montre que f admet une racine imaginaire pure z_0 à déterminer. (0, 75 pt)
- 2) Détermine les nombres complexes a , b et c tels que :

$$f(z) = (z - i)(az^2 + bz + c) \quad (0, 75 \text{ pt})$$
- 3) Résous l'équation $f(z) = 0$. On notera z_1 la racine non imaginaire pur ayant la plus grande partie réelle et z_2 la troisième. (1, 50 pts)
- 4) Dans le plan rapporté au repère $(o; \vec{u}; \vec{v})$ orthonormé (unité graphique : 3cm), on considère les points M , A et L d'affixes respectives z_2 ; z_1 ; z_0 .
 - a) Place les points M , A , L . (1 pt)
 - b) Calcule MA , ML , AL et $MES(\widehat{MA, ML})$. Déduis en la nature du triangle MAL .
 (1, 50 pts)
 - c) Détermine z l'affixe du point I tel que le quadrilatère $MALI$ soit un parallélogramme. Place le point I . (0, 25 pt + 0, 25 pt)

Exercice 3 : -----[7 points]

1. Soient K, L, M les points d'affixes respectives :

$$z_K = 1 + i; \quad z_L = \bar{z}_K; \quad z_M = -i\sqrt{3}$$

Place ces points dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(o; \vec{u}; \vec{v})$ (unité graphique : 4cm). On complètera la figure dans les questions suivantes : (1, 75 pts)

2. a) on appelle N le symétrique du point M par rapport au point L . Vérifie que l'affixe z_N du point N est : $2 + i(\sqrt{3} - 2)$. (0, 50 pt)
- b) La rotation de centre O d'angle $\frac{\pi}{2}$ transforme le point M en le point A et le point N en le point C . Détermine les affixes respectives z_A et z_C des points A et C . (1 pt)
- c) La translation de vecteur $\vec{u}$ d'affixe $2i$ transforme le point M en le point D et le point N en le point B . Détermine les affixes respectives z_D et z_B des points D et B .
 (1 pt)
3. a) Montre que le point K est le milieu des segments $[DB]$ et $[AC]$. (0, 50 pt)
- b) Montre que $\frac{z_C - z_K}{z_B - z_K} = i$. (0, 75 pt)
- c) Déduis en les natures du triangle BCK et du quadrilatère $ABCD$. (0, 75 pt)
4. Détermine l'écriture complexe de la similitude directe S qui transforme K en L et L en K . (0, 75 pt)

Rapidité et efficacité feront la différence !!!