

COMPOSITION DE LA DEUXIEME PERIODE

SERIE : TSEXP

EPREUVE DE : *MATHEMATIQUES*

2017/ 2018

Durée : 3h

COEF : 03

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend trois pages. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les propriétés ou résultats demandés dans le sujet pourront être utilisés même si l'élève ne réussit pas leur démonstration. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

EXERCICE1/ 5points

Une population d'élèves comportant 40% de bacheliers a subi un test de recrutement en première année d'une grande école. Ce test a donné les résultats suivants :

* 75% des bacheliers sont admis.

*52% des non bacheliers sont admis

Partie A : On choisit au hasard un élève de la population, on note :

B : l'évènement : « l'élève est bachelier » ;

T : l'évènement : « l'élève est admis au test » ;

A : l'évènement : « l'élève est bachelier et est admis au test » ;

1- Faire arbre pondéré 0,25pt

2- Précise chacune des probabilités suivantes :

a) La probabilité $P(B)$ de l'évènement B. 0,5pt

b) La probabilité $P_B(T)$ de T sachant que B est réalisé. 0,5pt

c) La probabilité $P_{\bar{B}}(T)$ sachant que B n'est pas réalisé. 0,5pt

3- Démontre que la probabilité de l'évènement A est égale à 0,3. 0,5pt

4- Calcule la probabilité de l'évènement T. 0,75pt

5-Déduis des questions précédentes que les évènements B et T ne sont pas indépendants. 0,25pt

6- Démontre que la probabilité pour qu'un élève admis au test soit bachelier est $\frac{25}{51}$. 0,5pt

Partie B : On choisit au hasard 5 élèves de la population étudiée.

On note X la variable égale au nombre d'étudiants bacheliers et admis au test parmi les 5 choisis.

1-Démontre que la probabilité pour que 3 seulement des 5 élèves choisis soient bacheliers et admis au test est égale à 0,1323. **0,75pt**

2-Calculer l'espérance mathématique et la variance de X. **0,5pt**

EXERCICE2/

6points

I/ On considère la suite (U_n) à terme positif définie par : $U_1 = 1$ et

$$(U_{n+1})^2 = \frac{1}{9} U_n \text{ pour tout entier } n \geq 1.$$

1) Calcule U_2 et U_3 . mettre les résultats sous forme de puissances de 3. **0,5pt**

2) Soit (V_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n = \ln U_n + 2 \ln 3$

a-Montre que (V_n) est une suite géométrique dont précisera le premier terme et la raison. **1pt**

b- Exprime V_n en fonction de n , puis en déduis l'expression de U_n en fonction de n (on mettra l'expression de U_n sous forme de puissances de 3). **1pt**

3-Etudie la convergence de la suite (U_n) . **0,5pt**

II/Ecrire le système dans $\mathbb{R}^3$ admettant pour solution $(1; 1; 1)$ et de matrice

complète $M = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & 3 & b \\ 1 & 4 & 9 & c \end{array} \right)$ a, b, c et d 4 nombres réels à déterminer **1pt**

III/ Le tableau suivant donne les dépenses en millions de francs cfa des ménages en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1990 à 1999.

Année	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dépenses y_i	398	451	423	501	673	956	1077	1285	1427	1490

1- Dessiner le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal avec pour unités graphiques, 1cm pour un rang en abscisse, 1cm pour 200 millions de francs en ordonnée. **0,5pt**

2-Déterminer un ajustement affine de la série par la méthode de MAYER. **1pt**

3- En utilisant cet ajustement, effectuer une prévision des dépenses pour l'année 2005. **0,5pt**

PROBLEME : **9points**

Soit f la fonction numérique définie par $(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}-1}$, (C) sa courbe représentative dans un repère (O,I,J).

1-a) Détermine le domaine de définition de f . **0,75pt**

b) Détermine les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**

c) Etudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation. **1,5pt**

2- Montre que le point I(0 ; 1) est un centre de symétrie de (C). **0,75pt**

3- Calcule le coefficient directeur de la tangente (T) à (C) au point A d'ordonnée 4. En déduis son équation. **0,5pt**

4-a) Montre que la restriction g de f à l'intervalle $]0 ; +\infty[$ possède une application réciproque notée g^{-1} que l'on déterminera son expression explicite. **1,25pt**

b) Etudie le sens de variation de g^{-1} . **0,75pt**

c) On désigne par (Γ) la courbe représentative de g^{-1} . Calcule le coefficient directeur de la tangente (T') à (Γ) au point B d'abscisse 4. Donne l'équation de (T'). **0,5pt**

5- Représente (C) et (Γ) dans le même repère (O,I,J) ((Γ) en pointillé). **1pt**

6- Calcule l'aire du domaine limité par (Ox) les droites d'équations $x = -2$ et $x = 1$ et la courbe (C). **1pt**