

Composition de la première période :**Epreuve de Mathématiques :****Classe : TSEXP Coef : 3 Durée : 3 Heures****Exercice 1 : (4 points)**Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{3} - i$; $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ et $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$.

- 1) Déterminer le module et un argument des complexes z_1, z_2 et z_3 .
- 2) En déduire que les points M_1, M_2 et M_3 d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3 appartiennent à un même cercle que l'on déterminera. Faire la représentation graphique.
- 3) On pose $z_4 = -2z_1\left(\frac{z_2}{z_3}\right)^2$. Mettre z_4 sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.

Exercice 2 : (6 points)Soit le polynôme $P(z) = z^3 - (1 + 2i)z^2 - 3z + 2i - 1$.

- 1) Montrer que le polynôme $P(z)$ admet une racine réelle z_0 que l'on déterminera.
- 2) Déterminer trois nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z + 1)(az^2 + bz + c)$.
- 3) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.
- 4) Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ unité graphique 2 cm, on désigne par A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = i$; $z_B = 2 + i$ et $z_C = -1$.
 - a) Placer les points A, B et C dans le repère.
 - b) Soit D l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Calculer l'affixe de D.
 - c) Calculer le nombre complexe $Z = \frac{z_A}{z_A - z_B}$.

Déterminer le module et un argument de Z. En déduire la nature du triangle OAB.

Problème : (10 points)**Partie A :**Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$

- 1) Étudier les variations de g , puis dresser son tableau de variation.
- 2) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,01.
- 3) En déduire le signe de $g(x)$.

Partie B :Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 2x + 1}{x + 1}$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Calculer les limites aux bornes de D_f , puis interpréter graphiquement les résultats.

- 3) Calculer les limites : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; puis donner une interprétation graphique dans chaque cas.
- 4) Pour tout x de D_f calculer $f'(x)$, puis montrer que son signe est celui de $g(x)$.
- 5) En déduire le tableau de variation de f .
- 6) Déterminer les coordonnées du point d'intersection A de la courbe (C_f) avec l'axe des ordonnées.
- 7) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0. Etudier la position de (C_f) par rapport à (T) .
- 8) Tracer la courbe (C_f) et la tangente (T) .