

COMPOSITION DU 1^{ER} TRIMESTRE 2023 – 2024

AE DE SIKASSO LYCEE PRIVEE YAYA BALLO DE KIGNAN (L.P.Y.B – KIG)

CLASSE : TS-EXP EPREUVE DE : MATHEMATIQUES DUREE : 3 COEF :

Exercice 1 : (4pts)

On donne $Z = -1 + i\sqrt{3}$ et $Z' = 1 + i$

- 1- Calculer le module puis un argument des nombres complexes Z et Z'
- 2- Ecrire $\frac{Z}{Z'}$ sous la forme trigonométrique
- 3- Ecrire $\frac{Z}{Z'}$ sous la forme algébrique
- 4- En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

Exercice 2 : (6pts)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation (E) :

$$Z^3 + (3 - 2i)Z^2 + (1 - 4i)Z - 1 - 2i = 0$$

- 1- a) Vérifier que (E) admet une solution réelle
b) Achever la résolution de (E)
- 2- Dans le plan complexe on désigne par A, B, C les points d'affixes respectifs $Z_A = -1$; $Z_B = -2 + i$; $Z_C = i$.
 - a- Déterminer le module et un argument de $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$
 - b- En déduire la nature du triangle ABC
 - c- Donner le centre, le rapport et l'angle de la similitude plane directe qui laisse invariant A et transforme B en C.

Problème (10pts)

On considère le polynôme $P(Z) = Z^4 - 4(1 + i)Z^3 + 12iZ^2 + 8(1 - i)Z - 20$

- 1- Déterminer les nombres complexes b et c pour que , pour tout $Z \in \mathbb{C}$ on ait : $P(Z) = (Z^2 + 2i)(Z^2 + bZ + c)$
- 2- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(Z) = 0$
- 3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). On considère les points A ; B ; C et D d'affixes respectives $Z_A = 1 - i$; $Z_B = -1 + i$; $Z_C = 1 + 3i$ et $Z_D = 3 + i$
 - a- Faire une figure
 - b- Démontrer que ABCD est un carré
- 4- Soit S la similitude directe transformant A en A et C en B
 - a- Déterminer l'écriture complexe de S
 - b- Déterminer les éléments caractéristiques de S
 - c- Déterminer l'image du point B par S
 - d- Construire l'image du carré ABCD par S.