

Académie d'enseignement

République du Mali

De Bamako Rive Gauche

Un Peuple-Un But-Une Foi

Lycée du Complexe Scolaire Fatoumata Haïdara (LCSFH)

Composition du premier trimestre 2023-2024	
Epreuves de : Mathématiques	Série : TSEXP
Coeff : 03	Durée : 03 heures

Situation d'évaluation N°1 :.....8points

I-) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Soient les points A, B, C, D et K d'affixes respectives : $2 + i; 2 - i; 5 - 2i; 5 + 2i$ et 4 .

1°) Montre que les droites (AB) et (CD) sont parallèles. (0,5pt)

2°) Montre que les points J, I et B sont alignés. (0,5pt)

3°) Montre que les droites (OK) et (DC) sont perpendiculaires. (0,5pt)

4°) Montre que le triangle JBD est rectangle en B . (0,5pt)

5°) Montre que les points A, B, C et D sont sur un même cercle à caractériser. (1pt)

II-) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

On donne le point A d'affixe $z_A = i$. Soit (Γ) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant :

$$|(1 - i\sqrt{3})z - \sqrt{3} - i| = 6$$

1°) a) Démontre qu'un point M appartient à (Γ) si et seulement si son affixe z vérifie :

$$|z - i| = 3 \quad (1pt)$$

b) En déduis la nature de (Γ) . (0,25pt)

2°) On considère les points B et C d'affixes respectives $\sqrt{3}$ et $-4i$.

L'application (S) est la similitude directe qui applique A sur O et B sur C . Soit M un point d'affixe z et M' d'affixe z' l'image de M par (S)

a) Détermine l'écriture complexe de (S) . (1pt)

b) Détermine les éléments caractéristiques de (S) . on notera E son centre. (0,75pt)

3°) On désigne par (φ) l'image de (Γ) par (S) .

a) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de (φ) . (1pt)

b) Construis (φ) et (Γ) dans le même plan complexe. (1pt)

Situation d'évaluation N°2 :.....2points

Calcule chacune des limites suivantes :

$$1^\circ) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2 \cos x - 1}{3x - \pi} \quad (0,5pt); \quad 2^\circ) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(3x) - \sin^2(4x)}{1 - \cos(2x)} \quad (0,5pt); \quad 3^\circ) \lim_{x \rightarrow -\infty} -x + \sqrt{x^2 + x - 2} \quad (0,5pt)$$

$$4^{\circ}) \lim_{x \rightarrow +\infty} -x + \sqrt{x^2 + x - 2} \quad (0,5pt)$$

Situation problème :.....10points

Soit la fonction numérique f définie par : $f(x) = \frac{x^3 - x - 1}{x - 1}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit U la fonction définie par : $U(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

1°) Etudie les variations de U puis dresse son tableau de variations. **(1pt)**

2°) Démontre que l'équation $U(x) = 0$ admet une solution unique x_0 . **(0,25pt)**

3°) Justifie l'encadrement de x_0 par : $-\frac{3}{4}$ et $-\frac{2}{3}$. **(0,25pt)**

4°) Donner un encadrement de x_0 au centième près. **(0,5pt)**

5°) En déduis le signe de $U(x)$ suivant les valeurs de x . **(0,5pt)**

Partie B : Etude de la fonction principale

1°) Détermine l'ensemble de définition de f puis calcule les limites aux bornes de son ensemble de définition. **(1,25pt)**

2°) En déduis les équations des asymptotes puis les autres branches infinies à la courbe représentative (C) de f . **(0,75pt)**

3°) Montre que pour tout $x \in Df$ on a : $f'(x) = \frac{U(x)}{(x-1)^2}$ **(0,25pt)**

4°) En déduis le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation. **(0,5pt)**

5°) Justifie que $f(x_0) = \frac{1}{2}(3x_0 + 1 - \frac{3}{x_0 - 1})$ **(0,5pt)**

6°) En utilisant la **Partie A ; 4°)**, encadre $f(x_0)$ puis en déduis son signe. **(0,5pt)**

7) Justifie que la courbe (C) de f coupe l'axe des abscisses en un seul point noté x_1 . **(0,5pt)**

8°) En déduis le signe $f(x)$ et la position relative de (C) par rapport à l'axe (Ox) . **(0,5pt)**

9°) Trace (C) . **(0,5pt)**

Partie C : Etude d'une restriction de f .

Soit la restriction h de f à l'intervalle $]1; +\infty[$

1°) Justifie que h est bijective et détermine sa bijection réciproque (h^{-1}) . **(0,5pt)**

2°) Calcule $h^{-1}(0)$. **(0,25pt)**

a) Justifie que : $(h^{-1})'(0) = \frac{(x_1 - 1)^2}{U(x_1)}$ **(0,5pt)**

b) Calcule : $(h^{-1})(5)$ et $(h^{-1})'(5)$. **(0,5pt)**

c) En déduis l'équation de la tangente à courbe (Ch^{-1}) de h^{-1} au point d'abscisse 5. **(0,5pt).**