

COMPOSITION DE LA 2^{ème} PERIODEEPREUVE : de MathématiquesSérie : T.S.EXPCOEF : 03DUREE : 03H**EXERCICE1 :(06pts)**

On considère les suites U_n et V_n définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}(U_n)^2 \end{cases} \quad \text{et} \quad V_n = \ln\left(\frac{3}{2}U_n\right)$$

- 1) Calcule V_0
- 2) Démontre que V_n est une suite géométrique de raison 2
- 3) Exprime V_n en fonction de n puis calcule sa limite.
- 4) Exprime U_n en fonction de V_n puis en déduis la limite de U_n .
- 5) Pour tout entier naturel n , on pose :
 $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ et $T_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_{n-1}$
- a) Démontre que : $S_n = (1 - 2^{n+1}) \ln 2$
- b) Justifie que $T_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n e^{S_n}$ puis en déduis T_n en fonction de n

EXERCICE2 :(06pts)

Dans le cadre de la prévention des angines hivernales, une étude a été menée pour tester l'efficacité réelle d'un médicament constitué d'un cocktail de vitamine. Dans ce but, on a sélectionné un échantillon de 600 personnes réparties de manière aléatoire en trois groupes : 240 personnes dans le groupe **A**, 35% de l'échantillon dans le groupe **B** et le reste dans le groupe **C**. On a administré aux personnes de groupe **A** durant la période hivernale une dose journalière de ce médicament en leur disant.

On a administré aux personnes du groupe **B** un placebo (c'est-à-dire un comprimé neutre, ne contenant aucun élément médicinal actif), tout en leur disant qu'il s'agissait du médicament.

On a administré aux personnes du groupe **C** le médicament en leur disant qu'il s'agissait d'un placebo.

Les résultats de l'étude sont recensés sur 600 fiches individuelles.

- a) 28% des fiches signalent un traitement efficace. Parmi celle-ci 72 fiches correspondent à des personnes du groupe **B**
- b) 75% des fiches correspondent aux personnes du groupe **A** ne signalent aucune amélioration significative.

1) Reproduis et complète le tableau suivant :

Groupes	A	B	C	Total
Nombre de fiche signalant un traitement efficace				
Nombre de fiches ne signalant aucune				

amélioration significative				
Total	240			600

2-a) On choisit une fiche au hasard parmi les 600.

On considère les événements suivants :

E_1 : « Il s'agit d'une fiche du groupe A »

E_2 : « Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace »

$$E_3 = E_1 \cap E_2$$

$$E_4 = E_1 \cup E_2$$

Calcule les probabilités de ces quatre événements.

b) On choisit au hasard une fiche du groupe B. On considère l'événement E_5 : « Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace. » Calcule la probabilité de E_5 . Le résultat sera arrondi à 10^{-2}

3) Pour chacun des groupes, donne les fréquences en pourcentage des fiches signalant un traitement efficace.

PROBLEME :(08pts)

Partie A : On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - y = 4xe^x$

- 1) Détermine les réels a et b pour que la fonction g définie par : $g(x) = (ax^2 + bx)e^x$ soit solution de (E).
- 2) Vérifie qu'une fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ est solution de (E) si et seulement si $f - g$ est solution de (E') : $y'' - y = 0$
- 3) Résous (E') puis en déduis la solution générale de (E).

Partie B :

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x$ de courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}; \vec{j})$ (unité 1 cm).

- 1-a) Détermine la limite de f en $-\infty$ puis interprète graphiquement ce résultat.
- b) Détermine la limite f en $+\infty$.
- 2) Calcule la fonction dérivée de f puis dresse son tableau de variation.
- 3) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
- 4) Trace (C) et (T) dans le repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$.