

Composition de la 1 ^{ère} Période 2024-2025		
Lycée : « SOUMEIYA »	Epreuve de : Mathématiques	
Prof : M.A.Y	Série : TSExp	Durée : 3 H

Questions de cours 2 pts

- 1) Quels sont les éléments caractéristiques d'une similitude directe d'écriture complexe $Z' = az + b$?
- 2) Donne les racines quatrièmes de l'unité.
- 3) Quand dit-on que quatre points A ;B;C et D du plan sont cocycliques ?
- 4) Quand dit-on qu'une fonction g est impaire ? périodique de période T ?
- 5) Donne la formule de la dérivée de la bijection réciproque de la fonction f en a.

Exercice 1 6 pts

- I. 1) Résous dans l'ensemble des nombres complexes C, l'équation : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
- 2) Ecris sous forme trigonométrique les solutions de l'équation
- 3) Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ et A le point d'affixe $-\sqrt{3} + i$

- a) Détermine l'affixe du point B, image de A par r
- b) Détermine l'affixe du point C, image de B par r.
- c) Place les points A,B et C dans le plan complexe
- d) Calcule $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ puis en déduis la nature du triangle ABC.
- e) Détermine l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

II. Soient I et J deux points du plan complexe d'affixes respectives : $2i$ et -1 .

Soit f l'application du plan dans lui-même , qui à tout point M d'affixe z associe le point M'

d'affixe Z' définie par : $Z' = \frac{z+1}{z-2i}$

- 1) Détermine l'ensemble des points M du plan tels que : $|Z'| = 1$
- 2) Détermine l'ensemble des points M du plan tels que : Z' Soit imaginaire pur

Exercice 2 4 pts

A. On considère la fonction h définie par :
$$\begin{cases} h(x) = \frac{\sqrt{2x+5}-3}{x-2} ; x \neq 2 \\ h(2) = m \end{cases}$$

Trouve la valeur de m pour que h soit continue en 2.

B. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \sqrt{x-1}$

- 1) Détermine l'ensemble de définition de g
- 2) Etudie la dérivabilité de g à droite de 1. Interprète graphiquement ce résultat

Problème **8 pts**

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 1}$

On désigne par (C_f) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

- 1) Dresse le tableau de variation de f
- 2) Montre que la restriction P de f à l'intervalle $I =]1; 3]$ est une bijection de I vers un intervalle J à préciser.
- 3) Trouve les réels $a; b$ et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
- 4) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à (C_f) puis précise l'autre asymptote.
- 5) Etudie la position de (C_f) par rapport à (D)
- 6) Montre que le point $A\left(\frac{1}{-5}\right)$ est centre de symétrie à (C_f)
- 7) Trouve les coordonnées des points d'intersections de (C_f) avec les axes de coordonnées.
- 8) Trace la courbe (C_f) dans le repère.
- 9) Résous et Discute suivant les valeurs du paramètre m , le nombre et le signe des solutions de l'équation :

$$x^2 - (m + 7)x + m + 10 = 0$$

Bonne chance !!!