

LYCEE PRIVEE FATOUMATA SIRE TOURE (LPFST)

COMPOSITION DE LA PREMIERE PERIODE

Classe de : TSEXP **Année scolaire :** 2024 - 2025 **Durée :** 3heures **coefficient:** 4
EXERCICE 1 : (8points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. On considère le polynôme complexe P défini par : $P(Z) = Z^4 - 4(1+i)Z^3 + 12iZ^2 + 8(1-i)Z - 20$

- 1°) a) Démontre que $-1+i$ et $1+3i$ sont solutions de l'équation $P(Z) = 0$. (1pt)
 b) Achève la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(Z) = 0$. (2pts)
- 2°) On donne les points A, B, C et D d'affixes respectives : $-1+i$; $1-i$; $3+i$; $1+3i$.
 a) Place les points A, B, C et D dans le plan complexe muni du repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (1pt)
 b) Prouve que le quadrilatère ABCD est un carré. (1pt)
- 3°) Soit h l'application du plan dans lui-même qui à tout points M d'affixe z on associe M' d'affixe z' telle : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}z + \frac{\sqrt{2}}{2} + i$.

- a) Détermine l'affixe du point E tel que $h(E) = E$. (0,5pt)
- b) Déduis-en la nature exacte et les éléments caractéristiques de h . (1,5pts)
- c) r est la rotation de centre E et d'angle 15° . Donne la nature et les éléments caractéristiques de $S = h \circ r$. (1pt)

EXERCICE 2 : (3points)

On considère le tableau de variation de la fonction numérique h définie comme suit.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$h'(x)$		+	+	0	-
$h(x)$	-1	$+\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$

Analyse puis interprète le tableau de variation de la fonction h afin de préciser :

- a- le domaine de définition (1pt)
- b- les limites aux bornes du domaine de définition tout en mettant en évidence les éventuelles asymptotes et possibilités d'asymptotes. (1pt)
- c- Donne l'allure de la courbe (Ch) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (1pt)

PROBLEME : (9points)

Partie A : On donne la fonction g définie par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- 1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation. (1pt)
- 2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $2,19 < \alpha < 2,20$ (1pt)
- 3) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ (1pt)

Partie B : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$

Soit C_f sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f . (1,5pt)
- 2) Montre que $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1; 1\}$, on a : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ (1pt)
- 3) Etudie le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f puis son tableau de variation de la fonction f . (1,5pt)
- 4) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe C_f . Etudie la position de C_f et (D) . (1pt)
- 5) Trace C_f . (on prendra $\alpha = 2,195$) (1pt)