

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE 2024 – 2025		
Epreuve de: MATHEMATIQUES		
Classe: TSEXP	Durée: 3 heures	Coefficient: 3

Situation d'évaluation 1:(6 Points)

- 1) Soient f et g les fonctions numériques définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$
 et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$
 a) Calcule $I_1 = \int_0^1 f(x)dx$
 b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x)dx$. Calcule $I_1 + I_2$ et en déduis la valeur de I_2 .
- 2) a) Détermine trois réels a , b et c tels que pour tout x différent de $\frac{1}{2}$; on a
 $\frac{x^2-1}{2x-1} = ax + b + \frac{c}{2x-1}$.
 b) Calcule $J = \int_{-1}^0 \frac{x^2-1}{2x-1} dx$

Situation d'évaluation 2: (4 Points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) a) $\ln(x+1) + \ln(3x-2) = 3\ln 2$; b) $3(\ln x)^2 - 5\ln x + 2 = 0$;

2. Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 2\ln x + 3\ln y = 19 \\ 3\ln x - 5\ln y = -19 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \ln x + \ln y = 0 \\ \ln(x+y) = 1 \end{cases}$;

Situation d'évaluation 3: (10 points)

I- 1) Etudie le sens de variation de la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$g(x) = x + 1 - \ln x.$$

2) Déduis-en le signe de $g(x)$.

II- On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \ln x$.

1- Etudie les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2- Calcule $f'(x)$ et vérifie que pour tout x de D_f ; $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

3- Justifie que f est une bijection de $]0, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$.

4- Etudie le signe de $f(x) - \ln x$, calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ et interprète graphiquement le résultat obtenu.

5- Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) , construis successivement la représentation graphique de $\ln$, celle de f dans le même repère ortho normé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité graphique : 2cm.

BONNE CHANCE!!!

