

ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT DE KALABAN CORO		RÉPUBLIQUE DU MALI	
		Un Peuple- Un But- Une Foi	
EVALUATION TRIMESTRIELLE N°2			
<i>Une vie sans souffrance n'a pas d'histoire</i>			
<i>Comprendre les mathématiques, c'est comprendre le monde</i>			M KASSOGUE
EPREUVE DE : Mathématiques	CLASSE TSEXP	COEFF 3	ANNEE SCOLAIRE 2024-2025
		DUREE 3heures	<i>La rapidité et l'extrême vigilance seront des atouts</i>

➤ L'élève traitera les exercices dans l'ordre qu'il veut et aucun brouillon ne sera corrigé.

➤ Il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation de la copie.

Situation 1 : Contexte d'évaluation : équations différentielles- logarithmes & exponentielles-Suites numériques.....7pts

I. 1. Résoudre les équations différentielles : $(E_1): y'' + 4y = 0$; $(E_2): 4y'' - 4y' + y = 0$ 1pt

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes : 2,25pts

a) $\log_5(x) + \log_{25}(x) + \log_{125}(x) = \frac{5}{2}$; b) $e^{3x+5} - 2e^{2x+5} - 3e^{x+5} = 0$

3. Résous dans $\mathbb{R}^2$, le système suivant :
$$\begin{cases} e^{x+\ln 2} + e^{y+\ln 5} = 16 \\ e^{x+\ln 3} + e^{y+\ln 3} = 15 \end{cases}$$

II. Soit (U_n) la suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}; \begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3 \end{cases}$

1. Calcule U_1 ; U_2 et U_3 . 0,75pt

2. Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = 6 - U_n$.

a) Calcule V_0 ; V_1 ; V_2 et V_3 . 1pt

b) Démontre que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. 0,75pt

c) Exprime V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n . 0,50pt

d) Calcule les sommes $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ puis $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. 0,75

Situation 2 : contexte d'évaluation : Probabilité (Variables aléatoires) 3pts

KOBALI possède une tirelire contenant :

♣ 3 pièces de 500 F

♣ 1 pièce de 100 F

♣ 2 Pièces de 25 F

Elle tire au hasard simultanément trois pièces de sa tirelire. Soit X la variable aléatoire égale à la somme des pièces tirées.

1. Déterminer les valeurs prises par X . 0,75pt

2. Déterminer la loi de probabilité de X . 1,50pts

3. Calculer l'espérance mathématique, la variance et l'écart type. 0,75pt

Situation problème : Contexte d'évaluation Etude de fonction comportant logarithme et exponentielle népérien. 10pts

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \ln x^2 + \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2}$

1) Étudier les limites de g en 0 et en $+\infty$

2) a- Calculer $g'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$

b- Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation

- 3) Démontrer que l'équation : $x \in]0; +\infty[$, $g(x) = 0$ admet une solution unique α et que $0,55 < \alpha < 0,60$. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par excès de α
- 4) Dédire des questions précédentes le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B

Soit la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = e^x \left(\ln x^2 + \frac{2}{x} \right)$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; I; J)$ avec $OI = 4 \text{ cm}$ et $OJ = 0,5 \text{ cm}$

- 1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en donner une interprétation graphique
- b- Justifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f(x) = 2e^x \left(\frac{x \ln x + 1}{x} \right)$
- c- Calculer alors $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Que peut-on en déduire ?
- 2) a- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ et donner le sens de variation de f
- b- A l'aide de la question A-3 démontrer que $f(\alpha) = -\left(\frac{2\alpha-2}{\alpha^2} \right) e^\alpha$
- c- Dresser le tableau de variation de f
- 3) Donner une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1
- 4) Tracer avec soin (T) et (C)

Partie C

Soit la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $h(x) = e^x \ln x^2$

- 1) a- Démontrer que h est une primitive sur $]0; +\infty[$ de f
- b- Déterminer la primitive de f sur $]0; +\infty[$ qui s'annule en 2
- 2) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la courbe représentative de h avec celle de la fonction exponentielle népérienne.