

## COMPOSITION DU PREMIER TRIMESTRE

## Épreuve de Mathématiques

DUREE : 3H

TSExp

COEF : 3

**EXERCICE 1 :** ..... (5.5 points)Soit dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $(E) : z^2 - 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})z + 16 = 0$ 1- a-/ Vérifie que  $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$  0.75ptb-/ Déduis-en les solutions dans  $\mathbb{C}$  de l'équation  $(E)$ . 0.75pt

2- On considère les nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \sqrt{6} + \sqrt{2} + i(\sqrt{6} - \sqrt{2}) ; Z_2 = 1 + i\sqrt{3} \text{ et } Z_3 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

a- Vérifie que  $Z_2 \overline{Z_3} = Z_1$  puis en déduire que  $Z_1 Z_3 = 4Z_2$  0.75ptb- Ecris les complexes  $Z_2$  et  $Z_3$  sous forme trigonométrique 1ptc- En déduire que  $Z_1 = 4 \left( \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$  0.75ptd- Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de  $\cos \frac{\pi}{12}$  et  $\sin \frac{\pi}{12}$  0.75pte- On pose  $Z = \frac{Z_3}{2}$  Calcule  $Z^{3231}$  sous forme algébrique. 0.75pt**EXERCICE 2 :** ..... (9 points)A- Calcule les limites suivantes de  $f$  en  $-\infty$  : 3pts

$$1- \text{ a-/ } f(x) = \frac{3x^4 - x^3 + 3x - 1}{x^3 - 6x^4 - 2x - 2} \quad \text{b-/ } f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{2x^2 - x^5 + x - 1} \quad \text{c-/ } f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x}}{x}$$

$$\text{d-/ } f(x) = x - \sqrt{x^2 + 2}$$

2- Calcule les limites suivantes : 4.5pt

$$\text{a-/ } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\tan^2 x} \quad \text{b-/ } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 3x} \quad \text{c-/ } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{(x+2)^2} \quad \text{d-/ } \lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}^+} \frac{4x^2 - 9}{x^2 - 2} \quad \text{e-/ } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 - 18}{x^2 + x - 6}$$

$$\text{B- Soit la fonction } g \text{ définie par } \begin{cases} g(x) = \frac{ax^2 - 2bx}{x-1} & \text{si } x < -1 \\ g(x) = (a-2)x - 3b & \text{si } x > -1 \\ g(-1) = 2 \end{cases}$$

Détermine les réels  $a$  et  $b$  pour que la fonction  $g$  soit continue en  $x_0 = -1$  1.5pt**EXERCICE 3 :** ..... (5.5 points)Soit  $f$  l'application du plan  $(\mathcal{P})$  dans  $(\mathcal{P})$  qui, à tout point  $M(z)$ , associe son image  $M'(z')$  tel que

$$z' = \frac{z+i}{z+3-2i}, \text{ on désigne par } A \text{ et } B \text{ les points du plan d'abscisses respectives } z_A = -i \text{ et } z_B = -3+2i$$

1- Détermine les nombres complexes pour lesquels  $f$  est définie. 0.75pt2- Détermine l'image  $C'$  du point  $C$  d'abscisse  $-1+i$  par  $f$  0.75pt3- Détermine l'abscisse du point  $D$  dont l'image par  $f$  est  $D'$  d'abscisse  $2i$  par  $f$  0.75pt4- On pose  $z = x + iy$  avec  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ Ecris  $z'$  sous forme algébrique. 1.25pt5- Détermine et construis les ensembles de points  $M(z)$  tels que :a-  $(E_1) : z'$  soit un réel. 1ptb-  $(E_2) : z'$  soit un imaginaire pur. 1ptc-  $(E_3) : |z'| = 1$  1pt