

COMPOSITION DE LA DEUXIEME PERIODE

LYCEE ABDOUL KARIM CAMARA EPREUVE DE : MATHEMATIQUES CŒFF :DIT CABRAL DE SEGOU CLASSE DE : TSExp DUREE : 3H**Exercice 1 : (3 points)**

Dans une culture de microbes qui se développent, la vitesse d'accroissement à l'instant t est proportion à la quantité $Q(t)$ c'est-à-dire : $Q'(t) = kQ(t)$

Sachant qu'il y'a 10^5 microbe au bout de 2 heures et 5×10^5 microbes au bout de 6 heures, combien y avait -il initialement de microbes dans cette culture ?

Exercice 2 :(6 points)

On définit deux suites (U_n) et (V_n) par :

$$U_1 = 12 ; U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3} \text{ et } V_1 = 1 ; V_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{4}$$

1. Pour tout entier $n \geq 1$, on pose $w_n = U_n - V_n$.

Montrer que (w_n) est une suite géométrique à termes positifs, déterminer sa limite et exprimer w_n en fonction de n .

2. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante et que la suite (V_n) est croissante.

3. Pour tout entier $n \geq 1$, démontrer que $U_n \geq V_n$.

4. Démontrer que les suites U_n et V_n sont convergentes.

5. Pour tout entier $n \geq 1$, on pose $t_n = 3U_n + 8V_n$ Démontrer que (t_n) est une suite constante.

6. En déduire la limite de U_n et de V_n

Problème (11 points)

A) 1°/ Résoudre l'équation différentielle : $4y'' + y = 0$.

2°/ Déterminer la solution particulière f dont la courbe représentative (C) passe par le point $\Omega(0 ; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$.

B// 1°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a) Etudier les variations de la fonction g .

b) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

2°/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

(C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal

$(0 ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy))

a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ (0,5pt)

b) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

c) Etudier la position de (C) et (Δ)

d) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau des variations de f .

e) Tracer (C) et (Δ) .

3°/ Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$

a) Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer en cm^2 l'aire $A(D)$ de la partie D du plan limitée par (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$