

Composition de la Première Période 2025-2026

Epreuve de : Mathématiques

Série : TSExp

Durée : 3 H

Coeff : 03

Exercice 1 : (6points)

A. Soit l'équation (E): $z^3 + (1 - i)z^2 + (4 - i)z - 4i = 0$

- 1) Vérifie que i est une solution de (E). (0.5pt)
- 2) Trouve un polynôme (P) du second degré tel que
 $z^3 + (1 - i)z^2 + (4 - i)z - 4i = (z - i)P(z)$ (1pt)
- 3) Résous dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation(E). (0.5pt)

B. On désigne par I ; A et B les points d'afixes respectives 1 ; $2i$ et $3 + i$.

- 1) Place les points I ; A et B dans le repère. (1pt)
- 2) Calcule l'afixe z_C du point C image de A par la symétrie de centre I. (1pt)
- 3) Ecris sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$; en déduire le module et un argument de ce nombre. (1pt)

Soit D le point d'afixe Z_D tel que $Z_D - Z_C = Z_A - Z_B$ montre que ABCD est un carré ; fais une figure. (1pt)

Exercice 2 : (5points)

1°) calcule les limites suivantes ;

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x + 6}$; b) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 2x - 15}{4 - \sqrt{3x + 1}}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2 - \sqrt{x^2 + 4x + 5})$

2°) Calcule la dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x) = (3x^2 - 5x + 2)^{\frac{3}{2}} ; g(x) = \frac{3}{(x^2 + x + 8)^3}$$

Problème : (9points)

A) Pour le bonheur de la population de Kayes, un opérateur économique décide de construire un centre de santé au profit de trois communes E, F et G. Le centre de santé noté C se trouve entre les communes selon le plan :

- La position du centre C est déterminée par la racine carrée du complexe $u(7+24i)$ dont la partie imaginaire est positives.

◦ La position de la commune E est l'image d'une commune $M(-3 + 4i)$ par une rotation de centre, une commune O (origine du repère du plan) et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

◦ La position de la commune F est déterminée par la solution de l'équation :
$$\frac{3z+4}{iz+1} = 2i.$$

◦ La position de la commune G est obtenue par le nombre complexe Z tel que la partie réelle est le module du nombre $w = (1 + i)^4$ et sa partie imaginaire est le

module du nombre complexe $v = \frac{(2 + i)^2}{3 - 4i}$.

L'unité est 2 le kilomètre (km).

1°) Détermine la position du centre C et celles des communes E, F et G dans le plan complexe muni du repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 4×0,75pt

2°) Détermine la distance de la commune E au centre de santé C en kilomètres. 0,75pt

3°) Détermine le temps mis par une ambulance de la commune F au centre de santé si, en une minute, elle parcourt 2000 mètres. 1pt

4°) Un habitant de la commune G affirme que la distance de sa commune au centre de santé dépasse 8 km.

Est-ce vrai ? Justifie la réponse.

Donnée : $\sqrt{89}=9,43$.

B) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $2 + i$, $3 - i$ et $6 + 3i$.

1°) Détermine l'écriture complexe de la transformation S qui laisse invariant le point A et transforme le point B au point C.

2°) Détermine les éléments caractéristiques et la nature de S.

3°) Donne la nature du triangle ABC.

4°) Détermine l'équation cartésienne du cercle de diamètre [BC].

(Les parties A et B du problème sont indépendantes)

BONNE CHANCE !!!