

Académie d'Enseignement de San	COMPOSITION DE LA DEUXIEME PERIODE	Année Scolaire 2025-2026
Classe :TSEXP	Mathématiques	Coef :3 Durée :3h
LPLMS-LPDC-LPFTS	SMT	Mardi 21 Avril 2026

EXERCICE1 :5 points

Lors d'une expérience portant sur l'efficacité d'un antibiotique, des élèves introduisent ce produit dans un milieu nutritif où une population de bactéries croissait. La population a continué à croître pendant un certain temps, mais elle s'est arrêtée de croître et a commencé à décliner.

La taille de la population à l'instant t non nul est une fonction f dont la dérivée est donnée par :

$f'(t) = -10^3 t^2 + 3 \times 10^3 t + 10^4$ et telle que : $f(0) = 10^3$ où $f(t)$ représente le nombre de bactéries et t représente le temps en heures. Selon cette expérience, l'antibiotique est jugé efficace si après son introduction, le maximum de la population de bactéries est inférieur à 460000.

Faisant partie de ce groupe d'élèves, tu es sollicité pour apprécier l'efficacité de l'antibiotique.

Propose à tes camarades, une solution argumentée basée sur tes connaissances en Mathématiques.

EXERCICE2 : 5 points

Soit $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} dx$, $J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx$ et $K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx$.

- 1) Soit f la fonction définie sur $[0; 1]$ par $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2})$.
Calcule la dérivée de f . En déduis la valeur de I .
- 2) a) Sans calculer explicitement J et K , vérifie que : $J+2J=K$.
b) A l'aide d'une intégration parties portant sur l'intégrale K , démontre que : $K = \sqrt{3} - J$.
c) En déduis les valeurs de J et de K .

PROBLEME : 10 points

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 8(e^{-x} - e^{-2x})$.

- 1) a) Démontre que pour tout réel x , on a : $f(x) = \frac{8(e^x-1)}{e^{2x}}$.
b) Démontre que pour tout réel x , on a : $f'(x) = \frac{8(2-e^x)}{e^{2x}}$. En déduis le signe de $f'(x)$.
c) Détermine les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
d) Dresse le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
e) Représente la fonction f dans un repère orthogonal d'unités : 4 cm sur (ox) et 2 cm sur (oy).
- 2) On injecte à l'instant $t=0$ une substance dans le sang d'un animal. A l'instant t où t est positif et exprimé en seconde, la concentration g de la substance injectée est :
 $g(t) = 8(e^{-t} - e^{-2t})$. On rappelle que la concentration est le rapport entre la quantité du liquide et la quantité du sang qui le contient.
a) En utilisant les résultats de la question 1), donne le tableau de variations de la concentration du sang en fonction du temps t .
b) Au bout de combien de temps la concentration est-elle maximale ?
On donnera une valeur approchée par défaut de ce résultat en centime de secondes.
- 3) a) Détermine graphiquement les instants t_1 et t_2 pour lesquels la concentration est égale au quart de sa valeur maximale .
c) Retrouve algébriquement les instants t_1 et t_2 .

