

EVALUATION TRIMESTRIELLE DE LA DEUXIEME PERIODE

Epreuve: Mathématiques	Classe : TS Exp	Durée : 3H	Coeff : 3	Comité maths 25-26
-------------------------------	------------------------	-------------------	------------------	---------------------------

Situation 1.....(5 pts)

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$.

- Détermine les nombres réels a et b tels que $P(x) = (x + 1)(2x^2 + ax + b)$.
- Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
- Déduis-en dans $\mathbb{R}$ la résolution des équations et inéquations suivantes :
 - $2(\ln x)^3 + 7(\ln x)^2 + 2\ln x - 3 = 0$.
 - $\ln(2x+3) + \ln(x^2 + 2x + 2) \leq \ln(8x + 9)$

Situation 2.....(5 pts)

I. On considère les intégrales A et B ci-dessous :

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\cos^2 x dx \text{ et } B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin^2 x dx$$

- Calcule $A + B$ et $A - B$ ($A - B$ par une intégration par parties).
- Déduis-en A et B .

II. Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+5}{x^2-2x-3}$.

- Détermine l'ensemble de définition de f .
- Trouver les réels a et b tels que $f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-3}$.
- En déduire le calcul de $K = \int_0^2 f(x) dx$.

Situation 3.....(10 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x^3+3x^2+2}{(x+1)^2}$ et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- On pose $g(x) = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 4$.
 - Etudie le sens de variation de g , et montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $\alpha \in [0, 4; 0.5]$.
 - Précise le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .
- Montre que $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$ et étudie le sens de variation f .
 - Dresse le tableau de variation de f sur D_f .
- Montre qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x+1)^2}$.
 - Déduis-en que (C) admet une asymptote oblique Δ et étudie la position de (C) par rapport à Δ .
 - Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
- Vérifie que $f(\alpha) = 3\alpha$.

5. Construis la courbe (C) et Δ .

