



LYCÉE PRIVÉ BAKARY MANÉ SIDIBÉ
“LP-BMS”

Composition de Maths

Série : TSExp

Durée : 3h

Exercice①

1) Soient les intégrales I et J définies par :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + \sin x} dx \text{ et } J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\cos x + \sin x} dx$$

Calcule $I+J$ et $I-J$ puis en déduis les valeurs de I et J

2) Soit la fonction $f = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{(x-1)^2}$$

a) Détermine l'ensemble de définition

b) Détermine les réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$

En déduis la primitive df qui s'annule en 0.

3) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x \times 5^{3x}$

a) Détermine les réels a et b tel que $\forall x \in \mathbb{R}$

$$f''(x) + af'(x) + bf(x) = 0$$

b) En déduis une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice②

On considère les suites U_n et V_n définie pour tout entier naturel n par

$$\text{Soit la suite } U_n \text{ définie par : } \begin{cases} U_0 = \frac{1}{3} \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}(U_n)^2 \end{cases} \text{ et } V_n = \ln\left(\frac{3}{2} U_n\right)$$

1) Calcule V_0

2) Démontre que V_n est une suite géométrique de raison 2

3) Exprime V_n en fonction de n

4) Calcule la limite de V_n à $+\infty$ que peut-on en déduire

5) Exprime U_n en fonction de V_n puis en déduis la limite de U_n à $+\infty$

6) On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ Démontre que $S_n = (1 - 2^{n+1}) \ln 2$

7) Calcule S_4

Problème

Partie A Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^3+5x^2+9x+5}{2x^2+2}$ et on note (Cf) la courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) Démontre qu'il existe trois réels a, b et c tels que
$$f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 + 1}$$
- 2) Calcule la limite de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3) Détermine l'équation (Δ) asymptote oblique à (Cf) puis étudie la position relative de (Cf) par rapport à (Δ)
- 4) Étudie les variations de f puis dresse son tableau de variation
- 5) Démontre que le point $I\left(0; \frac{5}{2}\right)$ est un centre de symétrie à (Cf)
- 6) **Trace (Cf) et (D)**

Partie B

Soit la fonction g définie sur $\mathbf{IR}$ par $g(x) \doteq \frac{x^2}{4} + \frac{5}{2}x + 2\ln(x^2 + 1)$

- 1) Démontre que g est une primitive sur $\mathbf{IR}$ de la fonction f qui s'annule en zéro 0
- 2) Étudie les sens de variation de la fonction g sur $\mathbf{IR}$
- 3) Calcule les limites aux bornes de Dg
- 4) Dresse le tableau de variation de g (on ne demande pas de tracer la courbe de g)