

CONIQUE

I. Définition:

Soit $(\mathcal{D})$ une droite ; F un point $\notin de(\mathcal{D})$ et $e \in \mathbb{N}^*$. On appelle conique de foyer F de directrice $(\mathcal{D})$ et d'excentricité e l'ensemble (Γ) des points $M \in (\mathcal{D})$ tels que $\frac{MF}{MK} = e$ est le projeté orthogonal du point M sur $(\mathcal{D})$

Si $e=1$ (Γ) est une parabole

Si $0 < e < 1$ (Γ) est une ellipse

Si $e > 1$ (Γ) est une hyperbole

II. Parabole:

Éléments caractéristiques:

Equations	$y^2 = 2ax$	$x^2 = 2ay$
Paramètre	$ a $	
Sommet	0	
Axe focal	L'axe (ox)	L'axe (oy)
Foyer	$F\left(\frac{a}{2}; 0\right)$	$F\left(0; \frac{a}{2}\right)$
Directrice	$(\mathcal{D}): x = -\frac{a}{2}$	$(\mathcal{D}): y = -\frac{a}{2}$
Equation de la tangente en 1 pt I	$y - y_I = a(x + x_I)$	$x - x_I = a(y + y_I)$

III. Ellipse:

Éléments caractéristiques:

	1 ^{er} cas $a > b$	2 ^{ème} cas $a < b$
Equation	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	
Démi-distance focale	$c = \sqrt{a^2 - b^2}$	$c = \sqrt{b^2 - a^2}$
Excentricité	$e = \frac{c}{a}$	$e = \frac{c}{b}$
Sommets	$A\left(\begin{smallmatrix} a \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \quad A'\left(\begin{smallmatrix} -a \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$	$B\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ b \end{smallmatrix}\right) \quad B'\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ -b \end{smallmatrix}\right)$
Axe focal	$[AA']$	$[BB']$
Foyers	$F\left(\begin{smallmatrix} c \\ 0 \end{smallmatrix}\right) \quad F'\left(\begin{smallmatrix} -c \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$	$F\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ c \end{smallmatrix}\right) \quad F'\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ -c \end{smallmatrix}\right)$
Directrices	$(\mathcal{D}): x = \frac{a^2}{c} \quad (\mathcal{D}'): x = -\frac{a^2}{c}$	$(\mathcal{D}): y = \frac{b^2}{c}; (\mathcal{D}'): y = -\frac{b^2}{c}$
Equation de la tangente en point I.	$\frac{xx_I}{a^2} + \frac{yy_I}{b^2} = 1$	

IV. Hyperbole:

Elements caractéristiques:

Equations	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
Dem distance focale	$c = \sqrt{a^2 + b^2}$	
Excentricité	$e = \frac{c}{a}$	$e = \frac{c}{b}$
Sommets	$A \begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} -a \\ 0 \end{pmatrix}$	$B \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 0 \\ -b \end{pmatrix}$
Axe focale	$[AA']$	$[BB']$
Foyers	$F \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix}; F \begin{pmatrix} -c \\ 0 \end{pmatrix}$	$F \begin{pmatrix} 0 \\ c \end{pmatrix}; F' \begin{pmatrix} 0 \\ -c \end{pmatrix}$
Directrices	$x = \frac{a^2}{c}; x = -\frac{a^2}{c}$	$y = \frac{b^2}{c}; y = -\frac{b^2}{c}$
Asymptotes	$(\mathcal{D}): y = \frac{b}{a}x$	$(\mathcal{D}'): y = -\frac{b}{a}x$
Equation de la tangente	$\frac{xx_I}{a^2} - \frac{yy_I}{b^2} = 1$	$-\frac{xx_I}{a^2} + \frac{yy_I}{b^2} = 1$

Exercice : Détermine les éléments caractéristiques puis tracer les paraboles d'équations

- a) $2y^2 + 3x = 0$ b) $2y^2 - 4y = x - 3$ c) $x^2 - 2x = -3y - 1$
b) Ellipse d'équation: $4x^2 + y^2 - 16x - 2y + 18 = 0$
c) Hyperbole d'équation: $4x^2 - 9y^2 - 8x - 36y - 68 = 0$