

DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES	ANNEE SCOLAIRE : 2015-2016
SERIE : TS EXP	DUREE : 3 H

EXERCICE 1 :

1°/ Soit le polynôme $P(x) = x^3 - x + 6$

Calculer $P(-2)$, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

2°/ En utilisant les résultats de la première question, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(\ln x)^3 - \ln x + 6 = 0$; b) $e^{3x} - e^x + 6 = 0$; c) $1000^x - 10^x + 6 = 0$.

3°/ Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant:
$$\begin{cases} \ln\left(\frac{x}{4}\right) = \ln\left(\frac{3}{y}\right) \\ e^x = e^{y+1} \end{cases}$$

EXERCICE 2 :

1°/ a) Déterminer deux constantes réelles a et b telles que : $\frac{1}{t(1+t)} = \frac{a}{t} + \frac{b}{1+t}$

b) Calculer l'intégrale $A = \int_1^2 \frac{dt}{t(1+t)}$.

c) En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale $B = \int_1^2 \frac{\ln(1+t)}{t^2} dt$.

2°/ a) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y'' - 3y' + 2y = 0$

b) Déterminer la solution u de cette équation qui vérifie $u(0) = 4$ et $u'(0) = 0$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $u(x) > 0$.

PROBLEME :

1°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$.

a-) Etudier les variations de la fonction g .

b-) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$

2°/ On considère la f fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 2 + x e^{-2x}$. (C) est sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$; (unité graphique 2 cm sur (Ox) et 1 cm sur (Oy)).

a-) Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

b-) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C) en $+\infty$.

c-) Etudier la position de (C) par rapport à (Δ) .

d-) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau des variations de f .

e-) Tracer (C) et (Δ) .

3°/ Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)e^{-2x}$

a-) Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b-) Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}(\mathcal{D})$ de la partie $\mathcal{D}$ du plan limitée par $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x=0$ et $x=1$.