
Devoir surveille n° 1			
Série : T. SEXP Matière : Mathématiques	Année Scolaire : 2019-2020	Durée : 3 h	Coeff : 3

Exercice 1 : -----6 pts

Les questions 1 et 2 sont indépendantes

1. Ecris sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

$$Z_0 = \frac{(\sqrt{3}+i)^9(1-i)}{(1+i)^2}; Z_1 = 1 + e^{i\alpha} \text{ avec } \alpha \in]0; \pi[\quad (2 \text{ pts})$$

2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$, on considère un point M d'affixe $z = x + i y$, ($z \neq -i$) et on pose $P = \frac{z+2}{z+i}$.

a) Ecris P sous forme algébrique en fonction de x et y. (1 pt)

b) Détermine l'ensemble (E) des points M du plan tels que :

- P soit réel ; (1,5 pt)
- P soit imaginaire pur (1,5 pt)

Exercice 2 : -----6 pts

On considère l'équation (E) : $Z^3 - Z^2 + 3Z + 5 = 0$

- Montre que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera. (2 pts)
- En déduis les solutions de l'équation (E), on notera Z_0 la solution réelle, Z_1 la solution dont la partie imaginaire est négative et Z_2 la solution dont la partie imaginaire est positive. (2,5 pts)
- Soient A, B, C les points d'affixes respectives Z_0, Z_1, Z_2 .

Détermine la nature du triangle ABC. (1,5 pt)

Exercice 3 : -----8 pts

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Soit $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ une transformation du plan

$$z \mapsto z' = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\bar{z} + 2i$$

M un point d'affixe z et M' d'affixe z' , image de M par f.

Donne la nature de la transformation f et précise ses éléments caractéristiques. (2,5pts)

2. Dans le plan complexe de repère $(o; \vec{u}, \vec{v})$, soit un point m d'affixe z, on appelle M' le point d'affixe z' , image de M par une transformation géométrique T.

z et z' sont liés par la relation suivante : $z' = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

a) Détermine l'image du point k d'affixe -1 par T . (1,5 pt)

Que peut-on dire de k par T ? (1,25 pt)

b) Démontre que $z' + 1 = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + 1)$. En déduire la nature de T . (2,75 pts)