

I- **Questions de cours : (5 points)**

- 1) Définis un nombre complexe ; une similitude directe et décris les éléments caractéristiques d'une similitude.
- 2) Soient Z et Z' deux nombres complexes ; Complète les pointilles :

$$Z + \bar{Z} = \dots \dots$$

$$Z\bar{Z} = \dots \dots$$

$$\arg(Z^n) = \dots \dots$$

$$Z - \bar{Z} = \dots \dots$$

$$\arg(ZZ') = \dots \dots$$

$$|Z + Z'| \dots \dots$$

II- **Exercices : (15 points)****Exercice 1 : (5 points)**

Soit l'équation (E) : $Z^3 + (4 - 5i)Z^2 + (8 - 20i)Z - 40i = 0$

- 1) Détermine le réel y tel que iy soit solution de (E).
- 2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).
- 3) Soient Z_1 ; Z_2 et Z_3 ses solutions. En déduire Z_1 ; Z_2 et Z_3 sous forme trigonométrique.

Exercice 2 : (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

- 1- a) Résoudre l'équation : $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$.
 b) On considère les nombres complexes $Z_1 = \sqrt{3} + i$ et $Z_2 = \sqrt{3} - i$ et on désigne par M et N les points d'affixes Z_1 et Z_2 . Détermine le module et argument de Z_1 et Z_2 puis placer M et N sur la figure.
 c) Détermine les affixes des points Q et P images respectives des points M et N par la translation du vecteur $\vec{w} = -2\vec{u}$. Placer P et Q sur la figure puis montre que MNPQ est un carré.
- 2- Soit R la symétrie de P par rapport à O et E l'image de P par la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$;
 S l'image de E par l'homothétie de centre O et de rapport $\sqrt{3}$.
 a) Placer les points R ; E et S sur la figure puis calcule les affixes de R et S.
 b) Montre que S appartient au segment [MN].
- 3- On pose $\alpha = 2 - \sqrt{3}$.
 a) Montre que $1 + \alpha^2 = 4\alpha$ et que $1 - \alpha^2 = 2\alpha\sqrt{3}$.
 b) Exprime les affixes Z de $\overrightarrow{PR}$ et Z' de $\overrightarrow{PS}$.
 c) Montre $|Z| = |Z'|$ et $\frac{Z}{Z'} = e^{i\frac{\pi}{3}}$.
 d) Déduire des questions précédentes la nature du triangle PRS.