

Devoir de mathématiques 2019-2020

Classe : TEXP

Durée : 2heures

Coefficient : 3

Exercice1 : -----6points

1) Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x^2+x-3}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = a \end{cases}$$

a- Déterminer a pour que f soit continue au point 1 2pt

b- Pour $a = 5$, f est-elle dérivable en 1 2pt

2) Soit la fonction définie par
$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+7}-5}{x-3}$$

f est-elle prolongeable par continuité en 3 ? si oui préciser sa fonction prolongée g 2pt

Problème : -----14points

Soit $f(x) = \frac{x^3-4x}{x-1}$ et (Cf) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

Soit la fonction $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$

1) Étudier les variations de g . 2pts

2) Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α telle que $-1 < \alpha < 0$ 1pt

3) Donner un encadrement de α à 10^{-1} près 1pts

4) En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$ 1pt

Partie B : Étude de la fonction principale

1) Déterminer l'ensemble de définition de f puis calculer les limites aux bornes de Df 2pt

2) Justifier que $\forall x \in Df, f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ 1.5pt

3) Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation. 1.5pt

4) a) Justifier que $f(\alpha) = \frac{1}{2}(3\alpha - 5 - \frac{9}{\alpha-1})$ 1pt

b) Encadrer puis en déduire le signe de $f(\alpha)$ 1pt

c) Résous l'équation $x^3 - 4x = 0$ dans $\mathbb{R}$ puis en déduire les points d'intersection de la courbe (Cf) et l'axe des abscisses. 1pt

d) Tracer (Cf) 1pt

Bonne chance dans la rigueur et l'effort personnel