

ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT DE BAMAKA RD

Lycée privé Yaya Coulibaly

LCY ZERNY

Classe : TSEXP

Durée : 3 heures

DEVOIR SURVEILLÉ DE MATHÉMATIQUES

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Toute trace de recherche même incomplète ou non fructueuse développée sera prise en compte

EXERCICE1 : (6 POINTS)

1. Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$A = \overline{(2 + 2i)^2} (3 + i)^3; \quad B = \frac{\left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^2}{\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i \sin\frac{\pi}{4})^3}$$

2. Linéariser les expressions suivantes : $A = \cos^2 x \sin^3 x$; $B = \sin 3x \cos^2 x$
3. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$.
- Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - 1 + 2i| = 2$.
 - Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z + 2 - i| = |\bar{z} - 2 + 2i|$.

EXERCICE2 : (6 POINTS)

1. Soient $A; B; C$ les points d'affixe respectives $-1 + i; 2 + i; 5 - 2i$
- Déterminer l'expression complexe de la similitude directe S qui transforme A en B et B en C
 - Préciser les éléments caractéristiques de S
 - Déterminer l'affixe du point D image du point C par S
 - Déterminer l'affixe du point E ayant pour image le point A par S
2. Déterminer les nombres complexes z_1, z_2 vérifiant $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 + 2i \\ z_1 z_2 = -1 + i \end{cases}$

PROBLÈME : (8 POINTS)

(Les parties A, B et C du problème sont indépendantes)

A.

- Calculer $(-1 + i)^3$
- Déterminer les racines cubiques de l'unité
- Déduire des questions 1) et 2) les solutions de l'équation $z^3 - 2i = 2$

B. On considère, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^3 + (1 - 4i)z^2 - (7 + 3i)z + 6i - 2 = 0$.

- Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire et la déterminer.
- Résoudre l'équation (E).

C.

- D est le point de coordonnées $(\sqrt{3}; 3)$. Quel est son affixe ?
- On donne les points A, B, C d'affixes respectives : $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = -\sqrt{3} - i, z_C = 2i$
 - Calculer le module et un argument pour ces trois affixes. Que peut-on déduire pour les points A, B et C.
 - Placer les points A, B, C et D à la règle et au compas.
 - Quelle est la nature du quadrilatère AOCD. Pourquoi ?
 - Quel est l'affixe du point E tel que ODEB soit un parallélogramme ?

Bon travail !!!!