

ACADÉMIE D'ENSEIGNEMENT DE BAMAKA RD

Lycée La Plante de Kalaban Coura

LPLANET

Classe : TSEXP

Durée : 3 heures

DEVOIR SURVEILLÉ DE MATHÉMATIQUES

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation de la copie. Toute trace de recherche même incomplète ou non fructueuse développée sera prise en compte

EXERCICE1 : (6 POINTS)

1. Calculer les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 2} ; b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+13} - 4}$$

2. On considère la fonction f définie par $f(x) = 2x + \sqrt{2x-1}$. Étudier les branches infinies de la courbe représentative (C_f) de f .

3. Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}$.

- Déterminer l'ensemble de définition de g .
- Montrer que g est prolongeable par continuité en 0.
- Soit h la fonction qui prolonge g . Exprimer $h(x)$ en fonction de x .
- La fonction h est-elle dérivable en 0 ? Si oui préciser $h'(0)$.

EXERCICE2 : (5 POINTS)

- Déterminer le module et un argument de $\frac{1+i}{1-i}$; puis calculer $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019}$.
- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = -1 + i\sqrt{3}$.
- Résoudre $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (2\cos^2 \theta)z + \cos^4 \theta + \sin^2 \theta \cos^2 \theta = 0$ avec $\theta \in \left] \frac{\pi}{2} ; \pi \right[$.
Préciser le module et un argument de chaque solution.

PROBLÈME : (9 POINTS)

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points A, B et C, d'affixes respectives : 2 ; $4 + 2i$; $-2 + 4i$.
 - Placer les points A, B et C dans le plan complexe.
 - Calculer le rapport $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC.
 - Montrer que le point F d'affixe $2i$ est le milieu du segment $[AC]$.
 - Déterminer l'ensemble (D) des points du plan d'affixe z vérifiant : $|z - 4 - 2i| = |z + 2 - 4i|$
- Soit S la similitude directe du plan telle que $S(A) = B$ et $S(B) = C$.
 - Déterminer l'écriture complexe de S .
 - Déterminer le centre, le rapport k et l'angle θ de la similitude S .

Partie B

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$

On considère le point I d'affixe i et le point A d'affixe $\sqrt{3} + 2i$.

- Montrer que le point A appartient au cercle (Γ) de centre le point I et de rayon 2.
- Sur une figure (unité graphique 1 cm), qu'on complètera au fur et à mesure de l'exercice, placer le point I , tracer le cercle (Γ) , puis construire le point A .
- On considère la rotation r de centre le point I et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Démontrer que le point B image du point A par la rotation r a pour affixe $-1 + i(\sqrt{3} + 1)$. Justifier que le point B appartient au cercle (Γ) .
- Calculer l'affixe du point C symétrique du point A par rapport au point I .
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

Bon travail !!!