

DEVOIR n°1

Epreuve de MATHÉMATIQUES

Classe : TSExp

Durée : 3 heures

Coefficient : 3

Date : 10/11/2022

EXERCICE 1 :..... (6 points)

I/ On donne $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 5 - 2i$.

Détermine l'écriture algébrique des nombres complexes :

$$z_1 + z_2 ; z_1 - 2z_2 ; \frac{z_1}{z_2} ; \frac{z_2}{z_1 - z_2}.$$

II/ Détermine la forme trigonométrique et exponentielle de :

$$z_1 = (3 + i\sqrt{3})^4 ; z_2 = 2i ; z_3 = \frac{(1+i)^2}{(\sqrt{3}-i)^3}.$$

III/ Résous dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :

$$a) 2iz - 3 = z + 1 ; b) iz + 2\bar{z} = i - 1$$

EXERCICE 2 :..... (7 points)

On considère l'équation (E) : $z^3 + (-6 - 4i)z^2 + (12 + 21i)z + 9 - 45i = 0$

1) a) Calcule $P(3i)$.

b) Détermine les réels a, b et c tels que :

$$z^3 + (-6 - 4i)z^2 + (12 + 21i)z + 9 - 45i = (z - 3i)(az^2 + bz + c).$$

c) Résous l'équation (E).

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J), on donne les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = 3i$; $z_B = 3 + 3i$ et $z_C = 3 - 2i$

a) Place les points A, B et C dans le repère.

b) Calcule $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. En déduis la nature de ABC.

3) soit f la similitude directe qui laisse invariant le point B et qui transforme A en C.

a) Détermine l'écriture complexe de f .

b) Détermine les éléments caractéristiques de f .

EXERCICE 3 :..... (7 points)

Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{3} + i$; $z_2 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_3 = -1 + i\sqrt{3}$.

1) Détermine le module et un argument des complexes z_1 , z_2 et z_3 . En déduis que les points A, B et C d'affixes respectives z_1 , z_2 et z_3 appartiennent à un même cercle que l'on déterminera.

Fais la représentation graphique.

2) On pose $z_4 = -2z_1 \left(\frac{z_2}{z_3}\right)^2$. Mettre sous la forme algébrique

3) Détermine les racines carrées de z_4 .

4) On pose $z_5 = -4z_1 \times z_3$. Détermine les racines quatrièmes de z_5 .

Fais la représentation graphique.

5) a) Résous dans l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$.

b) Ecris chacune des solutions sous forme exponentielle.