

**EXERCICE1 /****7points**

I/Détermine l'ensemble des primitives des fonctions suivante

$$1. f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3-1}} \quad 0,75\text{pt} \quad 2. f(x) = \frac{1}{2} \cos \pi x + \sin 5x \quad 0,75\text{pt} \quad 3. f(x) = \cos 3x \cos 5x \quad 0,5\text{pt}$$

$$\text{II/ Soit } g(x) = \frac{x^2-1}{x(x^2+1)}$$

$$1. \text{ Détermine les réels } a \text{ et } b \text{ tels que pour tout } x \neq 0 \quad g(x) = \frac{a}{x} + \frac{bx+c}{x^2+1} \quad 1\text{pt}$$

$$2. \text{ Détermine la primitive de la fonction } g(x) = \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} \quad 1\text{pt}$$

$$3. \text{ Déduis-en la valeur de l'intégrale : } A = \int_1^3 \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} dx \quad 1\text{pt}$$

$$\text{III/ On considère la fonction } f_1 \text{ définie par : } f_1(x) = \frac{x^3+3x^2+5x+2}{x+1}.$$

$$1. \text{ Détermine quatre nombres réels } a, b, c \text{ et } d \text{ tels que} \quad 1\text{pt}$$

$$\forall x \neq -1 \quad f_1(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x+1}$$

$$2. \text{ Déduis-en la valeur de l'intégrale } B = \int_0^3 \frac{x^3+3x^2+5x+2}{x+1} dx \quad 1\text{pt}$$

EXERCICE2/**5 points**

I/1. Calcule les intégrales suivantes :

$$a. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx \quad 0,5\text{pt}$$

$$b. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x \, dx \quad 0,5\text{pt}$$

$$c. \int_0^1 \sqrt{3x+1} \, dx \quad 0,5\text{pt}$$

$$\text{II/ On donne les intégrales : } K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x + s \sin x} dx \quad \text{et} \quad L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x + s \sin x} dx$$

Calcule $K + L$; $K - L$ puis déduis-en les valeurs de K et L . 1,5pt

III/ Résous dans $\mathbb{R}$:

1. $\ln(2x - 3) + 2\ln(x + 1) = \ln(6x - 3)$ 1pt

2. $\ln(x + 2) + \ln(x + 4) < \ln(x + 8)$ 1pt

PROBLEME/

8,5points

A/Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = 3x - 1 + \frac{2}{(x-1)^2}$. On désigne par C la représentative graphique de f .

1. Etudie les variations de f et construire (Cf). 2,5pts

2. Calcule l'aire de la partie du plan limitée par C , les droites d'équations:

$y = 3x - 1, x = 2$ et $x = 5$ 1pt

B/ On se propose d'étudier la fonction f définie par $f(x) = -x + e + \frac{\ln|x|}{x}$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé ($o, \vec{i}, \vec{j}$) (unité :2cm

Soit g définie $g(x) = 1 - x^2 - \ln|x|$

1. Détermine l'ensemble de définition de g . Calcule $g(1)$ et $g(-1)$. 1pt

2. Etudie les variations de g puis dresse son tableau de variation. 1pt

3. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . 1pt

II/ 1. Etudie les variations de la fonction f puis dresse son tableau de variation. 1pt

2. Montre que la droite d'équation (D) : $y = -x + e$ est son asymptote oblique(C)

Trace la courbe (C) dans le repère orthonormé ($o, \vec{i}, \vec{j}$). 1pt

3. Calcule l'aire en cm^2 du domaine compris entre la courbe C de f , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.