

Devoir Surveillé de Mathématiques N°1

Durée : 02 heures - Coefficient 03

La calculatrice est autorisée. La propreté de la copie et la clarté du raisonnement sont comptées dans la note.

Exercice 1

6 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points A, B, C et D d'affixes $z_A = 5 + 2i$, $z_B = -1 + 4i$, $z_C = -3 - 2i$ et $z_D = 3 - 4i$.

- 1) Place dans le repère les points A, B, C et D.
- 2) Détermine les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?
- 3) Détermine l'afixe z_I du point I milieu du segment [AC]. Place le point I dans le repère.
- 4) Détermine l'afixe z_E du point E tel que le quadrilatère AIDE soit un parallélogramme.

Place le point E dans le même repère.

Exercice 2

6 points

On donne les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$, $z_2 = 2 + 2i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

- 1) Détermine le module et un argument de z_1 , de z_2 et de z_3 .
- 2) Détermine la forme algébrique et la forme trigonométrique de z_3 .
- 3) Déduis-en les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 3

8 points

Les trois parties suivantes sont indépendantes.

- 1) Résous dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :

$$(E_1) : z^2 - 18z + 82 = 0 ;$$

$$(E_2) : z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0 ;$$

$$(E_3) : 2z + i\bar{z} = 3.$$

- 2) Calcule $(1 - 2i)^2$ et résous l'équation $z \in \mathbb{C}$, $z^2 - (3 + 4i)z - 1 + 5i = 0$.

- 3) Soit P le polynôme défini sur $\mathbb{C}$ par $P(z) = z^3 - (4 + i)z^2 + (13 + 4i)z - 13i$.

- a) Montre que l'équation $P(z)=0$ admet une solution imaginaire pure.
- b) Factorise $P(z)$.
- c) Déduis-en toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

« Bonne chance !!! »